કિંમત. ૦-૮-૦.

૬૮૯૭

ગણિત ગમ્મત.

લખનાર.

જગન્નાથ. ન. જોશી.

ગણિત ગમ્મત.

મુખ્યત્વે.

હાઇસ્કુલો, બ્રાન્ચસ્કુલોને ગુજરાતિ ઉપલા વર્ગના

વિદ્યાર્થીઓ માટે.

લખનાર,

જગન્નાથ નરભેરામ જોશી.

માજીહેડ માસ્તર, કરમસદ ઇંગ્લીશ સ્કુલ.

આસિસ્ટંટ માસ્તર ધી અમદાવાદ નેટીવ ઇન્સ્ટીટ્યુશન-મંત્રી

“ગુર્જર પ્રકાશ” ઇત્યાદિ ઇત્યાદિ,

અમદાવાદ

શ્રી મુદ્રણકલામંદિર લિમિટેડ, ખાડીઆ.

સંવત ૧૯૫૫. સને ૧૮૯૯

મુલ્ય રૂ. ૦-૮-૦

अर्पण पत्रिका.

મહેરબાન રા. બા. લાલશંકર ઉમીયાશંકર ત્રવાડી.

ગણિતના વિષયમાં ઉંડા ઉતરી ઉપયોગી પુસ્તકો લખીને આપે ગુર્જરપ્રજાને મોટો લાભ આપ્યો છે ને તે લાભ લેનારમાંનો હું એક હોવાવાથી આ "ગણિત ગમ્મત" નામનું લઘુ પુસ્તક આપની સેવામાં સવિનય અર્પણ કરૂંછું તે સ્વીકારશો.

લિ. સેવક,

જગન્નાથ નરભેરામ જોશી.

ઉપોદ્ઘાત.

અસલ આર્યભૂમી વાસીઓએ ગણિતના વિષયને એટલો બધો ખેડેલો જણાય છે કે ઇંગ્લંડ જર્મની અને અમેરિકા જેવા બહુજ સુધરેલા દેશના મોટા ગણિતના પ્રોફેસરો પણ હજુ એટલે સુધી નથી આવી પહોંચ્યા: "કહેવાનું તાત્પર્ય એમ નથી કે એમની અકલ પહોંચતી નથી," પરંતુ અન્ય વિષયોને બહુ ઉપયુક્તતા આપી ગણિતના મહા વિષયને જે મહત્વતા આપવી ઘટે છે, તે તેમણે આપી હોય તેમ જણાતું નથી.

જોવા જઇશું તો, સૃષ્ટિનાં સર્વ વ્યવહારિક કાર્યો "ગણિત તંતુ" પર લટકતી રહેલ જણાય છે ! એટલુંજ નહિ પરંતુ ભવિષ્ય માટે પણ, મનુષ્યો, ગણિત શાસ્ત્રનાજ આધારે ખગોળશાસ્ત્રમાં સંશોધન કરશે—વિચિત્ર શોધો કરશે, કદાચ્ તેથી ગ્રહોમાં ઉંચે પર્યટન પણ કરશે ! એ દીવસ કેઇ સદીનો હશે તે કહી શકાતું નથી—પરંતુ આ ઓગણીસમી સદીના અંતમાં લખાયલા અક્ષરો કદાચ ખરા પડશે. પશ્ચિમ દીશાની સુધરેલી પ્રજામાંના ગણિતનાજ પ્રોફેસરો કંઇ આ વિષય ભૂલી ગયા નથી. નવાં નવાં પુસ્તકો પ્રસિદ્ધ કરે છે અને કઠીણ વીષયો શીખવાના રસ્તા જેમ બને તેમ સુલભ કરે છે, પરંતુ પુરાતન કાળના આર્યભૂમીના પ્રોફેસરો વિશેષ વિધ્વાન હતા એ સિદ્ધ થએલું છે. આધુનીક આર્ય દેશના વાસીઓ—હીંદુ, પારસી, મુસલમાનો પોતાને અનુકુળ વિષય પર મનન કરે તો મહા શોધો કરી શકે એમ છે. ત્યારે એ આર્યત્વ ક્યાં નષ્ટ થયું ? પાછું આવશે ? હા; મને તો લાગે છે કે આપ-

હું આર્યત્વ સુષુપ્તિ સ્થીતિજ ભોગવે છે-જીવતું છે. પાછા આર્યો વિદ્વાન થશે-સુધરશે. આધુનિક આર્ય દેશ-વિચિત્ર રૂપાંતરથી મિશ્રીત-વિચિત્ર વેશે-પૂર્વનો દેશજ થશે—નવી શોધો પણ કરશે આપણે સુખી થઇશું લીલાવતી ઇત્યાદિ મહાગણિતોનો આધાર લેઇ સહજમાં અઘરા દાખલા થઇ શકે એવી સરળ રીતો આમાં દાખલ કરી છે.

અત્રે વધારે લંબાણ અયોગ્ય છે માટે ટુંકમાં હું મારા મિત્ર ભાઇશ્રી લલ્લુભાઇ ગોકલદાસનો મારા આ કાર્યમાં મદદ કરવા બદલ ઉપકાર માનું છું.

આ પુસ્તકની ગોઠવણી સબંધી કદ ધાર્યા કરતાં મોટું થવાથી છુટક છુટક જગાએથી કેટલુક લખાણ ઓછું કરવાની ફરજ પડી છે જે ઇશ્વર કૃપાથી બીજી આવૃતીમાં વધારવાને શક્તિવાન થઇશ.

માસ્તરો તેમજ આ પુસ્તકનો ઉપયોગ કરનારને એ ભલામણ છે કે અત્રે લખાયલા નિયમો ધ્યાન પૂર્વક સમજવા અને તેનો હરદમ ઉપયોગ કરવો—છેવટમાં આ ગણિત ગમ્મતનો બોહોળો ફેલાવો થશે અને તેનો સુઉપયોગ થશે તોજ મારી મહેનત સફળ થઇ ગણાશે.

ગણિત ગમ્મત.

સંખ્યા અને તે વિષે વિશેષ વિચાર.

અંક ગણિતમાં સઘળી સંખ્યાઓનો તેમજ સઘળી જાતનો વ્યવહાર દશ નિશાનીઓ અથવા આકૃતિઓ ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯, ૦ થી ચાલે છે આ દશ આકૃતિઓને અંક કહે છે.

આ દશ આકૃતિઓ અને તે વડે લખવાની રીતિ શોધી કાઢનાર આ આર્યાવર્તમાં વસતા હાલના હિંદુઓના વડવાજ હતા. આને માટે જુદા જુદા ગ્રંથકારો અને મહાપુરૂષોએ તેમને ઓછું માન આપ્યું નથી. યુરોપના જુના વખતના મોટા મોટા વિદ્વાનો જે વાતો સ્વપ્ને પણ જાણતા નહોતા તે તે વાતો અત્રેના આર્ય લોકોએ શોધી કાઢી ઉપયોગ કરતા હતા. તેમના વંશજો આપણે જો તે વિષે સારી માહિતી ન ધરાવિયે તો તે આપણને કેટલું ખેદ ઉપજાવનારૂં છે! એમ કહેવાય છે કે ઇ. સ. ૭૭૩માં એરેબીયામાં આપણા દેશનો એક વિદ્વાન એક પુસ્તક લેઇને ગયો ત્યારથી વા તે પહેલાં થોડાં વર્ષથી તે ને લોકો આપણી પાસેથી અંકગણિતનાં મૂળતત્વોને જાણતા થયા. તેમની પાસેથી આફ્રિકામાં તે વિદ્યા ગઇ ને ત્યાંથી ઇટાલિમાં છેક ઇ. સ. ૧૨૦૨માં પાઇઝાના લીયોનાર્ડો નામના વિદ્વાન મારફતે દાખલ થઇ. આ વિદ્યા યૂરોપમાં પ્રથમ ઇટાલિના રહેવાશીયો જ શિખ્યા. ને ત્યાંથીજ આખા યૂરોપમાં ધીમે ધીમે ફેલાઇ. આ ઉપરથી સહેજ માલમ

પડશે કે આપણે જે માનને લાયક છીએ તે માન કંઇ જેવું તેવું નથી—અને તે માન વધારવાને યત્નશીલ થવું તેજ આપણો મહત્ધર્મ સમજવો.

આર્ય વિદ્વાનોએ આ રીતિ પ્રથમ શોધી કાઢી છે દશ સંખ્યા એ પરમાવધી છે. દરેક દેશમાં, દશજ સંખ્યા લીધેલી છે તેનું શું કારણ હશે ? બધા દેશમાં એક જ રીતિ હોવાથી એમ માલમ પડે છે કે તે એક જગાએથી ઉત્પન્ન થઇ બધે ફેલાઇ છે. આ ઉપરથી એમ પણ જણાય છે કે તેનો જન્મ મનુષ્ય જાતના કોઇ મહાપુરૂષને હાથે થયેલો હોવો જોઇએ. બાળક જન્મે છે ત્યારથી આપણે વિચારીશું તો આંગળીઓની મદદ ગણતાં શીખે છે. દુનીયાની પ્રથમાવસ્થામાં પણ તેમ થતું હશે તેમ લાગે છે. આપણા દેશમાં ઘણી ખરી સ્ત્રીઓ અને અભણ પુરૂષો પણ તેમની મદદથી ગણતા માલમ પડે છે. આ ઉપરથી એમ માનવામાં આવે છે કે દશ સંખ્યા જે પરમાવધી કરેલી છે તે મનુષ્યના હાથની આંગળીઓની સંખ્યા ઉપરથી જ લીધેલી જણાય છે.

રોમનઅંકો કે જેમની નિશાનીઓ નીચે પ્રમાણે છે તેમના ઉપરથી પણ તેજ સાબિતી નીકળે છે. ☞

એક	બે	ત્રણ	ચાર	પાંચ	છ	સાત	આઠ	નવ	દશ
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે, એક એ ફક્ત એક આંગળીની નિશાની છે. અને બે, ત્રણ એ બે અને ત્રણ આંગળીઓની નિશાની છે. ચાર IV તે અંગુઠો ને આંગળીની ભેગી બનેલી નિશાની જે V પાંચ સારૂં રાખેલી છે તેના કરતાં એક ઓછો છે તે બતાવવા સારૂ એક આંગળીની નિશાની પાછળ મૂકવામાં આવે છે. પાંચને માટે અંગુઠાને

આંગળીની નિશાની V છે. ૭ સાત અને આઠને માટે એક બે ને ત્રણ અનુક્રમે આંગળીઓની નિશાનીઓ પાંચની નિશાનીઓની જમણી બાજુએ મૂકવામાં આવે છે. તેવીજ રીતે નવ IX તે દશમાં એક ઓછો છે તેમ જણાવે છે. અને દશ એબે વખત પાંચ છે માટે પાંચની નિશાની બે વખત ભેગી કરેલી છે VΛ ને તે બન્નેને ઉલટ સુલટ મૂકીને જોડી દીધી છે. X એટલે X એક ઉપરને બીજી નીચે છે. આ ઉપરથી સેહેજ સમજાય છે કે રોમન લોકોએ તો આંગળીઓનોજ ઉપયોગ કરેલો છે.

આપણે આર્ય લોકો તત્વજ્ઞાનમાં મૂળથીજ વધારે ઉંડા ઉતરેલા છીએ તેથીજ સંખ્યાના અંકો બનાવવામાં પણ તેમજ કરેલું છે. આંગળાની સખ્યા ઉપરથી (પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ ઉપરથી) સંખ્યા લીધી અને પછીથી આ દુનીયામાં સર્વે બે ચીજથી બનેલ તેમ માનીને પ્રકૃતિ અને પુરૂષનાં ચિન્હ લેઇને તેમની મદદથી સંખ્યાના અંકો બનાવેલા છે. મૂળવાતનો સંબધ પુરૂષ અને આંગળીનું ચિન્હ એક સરખું હોવાથી પણ રહેલો છે, જે એક વધારે ખુબીની વાત છે.

પ્રકૃતિચિન્હ ૦ પુરૂષ ચિન્હ ! જે જોડવાથી ૧ એકમ બનેલો છે. પ્રકૃતિ ચિન્હનો સ્ફોટ કર્યો ૨ અને પુરૂષચિન્હ જોડી દીધું જેથી બે બન્યા. પ્રકૃતિચિન્હનો સ્ફોટકર્યો અને પુરૂષ ચિન્હ વક્રકરી જોડી દીધું જેથી ત્રણ થયા. અને તેજ આ પ્રમાણે આગળને માટે છે.ઉપરથી સર્વે આર્ય ભાઇઓને માલમપડશે કે આર્ય વિદ્વાનોની મહત્તા દરેક બાબતમાં કેવી અને કેટલી હતી.સંખ્યા વિષે વધારે આ ગણિત ગમત નામ્ના પુસ્તકમાં જરૂર ન હોવાથી અહીં આ વિષય પૂર્ણ કરૂં છું. વધારેને માટે મારી તરફથી થોડી મુદતમાં બહાર પાડનાર ગુર્જર ગણિતમાં જોવું.

સંખ્યાના ભેદ.

(૧) ગુજરાતી અને ઇંગ્રેજી નિશાળોમાં ચાલતાં ગણિતમાં ફક્ત સંખ્યાના બે મુખ્ય ભેદ જણાવ્યા છે જે માંનો પ્રથમ અવિભાજ્ય છે.

આ સંખ્યા વા આ જાતના અંકો એવા છે કે જેમ-ને એકમ શિવાય બીજા કશાથી ભગાતા નથી. દા. ૧, ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧, ૧૩, ૧૭, ૧૯, ૨૩, ૨૯, ઇ.

એકથી તે ત્રણહજાર સુધીના અવિભાજ્ય અંકોનું કોષ્ટક.

૧	૭૩	૧૮૧	૩૧૩	૪૪૩	૫૮૭	૭૧૯	૮૫૯
૨	૭૯	૧૯૧	૩૧૭	૪૪૯	૫૯૩	૭૨૭	૮૬૩
૩	૮૩	૧૯૩	૩૩૧	૪૫૭	૫૯૯	૭૩૩	૮૭૭
૫	૮૯	૧૯૭	૩૩૭	૪૬૧	૬૦૧	૭૩૯	૮૮૧
૭	૯૭	૧૯૯	૩૪૭	૪૬૩	૬૦૭	૭૪૩	૮૮૩
૧૧	૧૦૧	૨૧૧	૩૪૯	૪૬૭	૬૧૩	૭૫૧	૮૮૭
૧૩	૧૦૩	૨૨૩	૭૫૩	૪૭૯	૬૧૭	૭૫૭	૯૦૭
૧૭	૧૦૭	૨૨૯	૩૫૯	૪૮૭	૬૧૯	૭૬૧	૯૧૧
૧૯	૧૦૯	૨૩૩	૩૬૭	૪૯૧	૬૩૧	૭૬૯	૮૧૯
૨૩	૧૧૩	૨૩૯	૩૭૩	૪૯૯	૬૪૧	૭૭૩	૯૨૯
૨૯	૧૨૭	૨૪૧	૩૭૯	૫૦૩	૬૪૩	૭૮૭	૯૩૭
૩૧	૧૩૧	૨૫૧	૩૮૩	૫૦૯	૬૪૭	૭૯૭	૯૪૧
૩૭	૧૩૭	૨૫૭	૩૮૯	૫૨૧	૬૫૩	૮૦૯	૯૪૭
૪૧	૧૩૯	૨૬૩	૩૯૭	૫૨૩	૬૫૯	૮૧૧	૯૫૩
૪૩	૧૪૯	૨૬૯	૪૦૧	૫૪૧	૬૬૧	૮૨૧	૯૬૭
૪૭	૧૫૧	૨૭૭	૪૦૯	૫૪૭	૬૭૩	૮૨૩	૯૭૧
૫૩	૧૫૭	૨૮૧	૪૧૯	૫૫૭	૬૭૭	૮૨૭	૯૭૭
૫૯	૧૬૩	૨૮૩	૪૨૧	૫૬૩	૬૮૩	૮૨૯	૯૮૩
૬૧	૧૬૭	૨૯૩	૪૩૧	૫૬૯	૬૯૧	૮૩૯	૯૯૧
૬૭	૧૭૩	૩૦૭	૪૩૩	૬૭૧	૭૦૧	૮૫૩	૯૯૭
૭૧	૧૭૯	૩૧૧	૪૩૯	૫૭૭	૭૦૯	૮૫૭	૧૦૦૯

૧૦૧૩	૧૨૩૭	૧૪૮૭	૧૭૨૩	૧૯૯૭	૨૨૫૧	૨૫૦૩	૨૭૪૯
૧૦૧૯	૧૨૪૯	૧૪૮૯	૧૭૩૩	૧૯૯૯	૨૨૬૭	૨૫૨૧	૨૭૫૩
૧૦૨૧	૧૨૫૯	૧૪૯૩	૧૭૪૧	૨૦૦૩	૨૨૬૯	૨૫૩૧	૨૭૬૭
૧૦૩૧	૧૨૭૭	૧૪૯૯	૧૭૪૭	૨૦૧૧	૨૨૭૩	૨૫૩૯	૨૭૭૭
૧૦૩૩	૧૨૭૯	૧૫૧૧	૧૭૫૩	૨૦૧૭	૨૨૮૧	૨૫૪૩	૨૭૮૯
૧૦૩૯	૧૨૮૩	૧૫૨૩	૧૭૫૯	૨૦૨૭	૨૨૮૭	૨૫૪૯	૨૭૯૧
૧૦૪૯	૧૨૮૯	૧૫૩૧	૧૭૭૭	૨૦૨૯	૨૨૯૩	૨૫૫૧	૨૭૯૭
૧૦૫૧	૧૨૯૧	૧૫૪૩	૧૭૮૩	૨૦૩૯	૨૨૯૭	૨૫૫૭	૨૮૦૧
૧૦૬૧	૧૨૯૭	૧૫૪૯	૧૭૮૭	૨૦૫૩	૨૩૦૯	૨૫૭૯	૨૮૦૩
૧૦૬૩	૧૩૦૧	૧૫૫૩	૧૭૮૯	૨૦૬૩	૨૩૧૧	૨૫૯૧	૨૮૧૯
૧૦૬૯	૧૩૦૩	૧૫૫૯	૧૮૦૧	૨૦૬૯	૨૩૩૩	૨૫૯૩	૨૮૩૩
૧૦૮૭	૧૩૦૭	૧૫૬૭	૧૮૧૧	૨૦૮૧	૨૩૩૯	૨૬૦૯	૨૮૩૭
૧૦૯૧	૧૩૧૯	૧૫૭૧	૧૮૨૩	૨૦૮૩	૨૩૪૧	૨૬૧૭	૨૮૪૩
૧૦૯૩	૧૩૨૧	૧૫૭૯	૧૮૩૧	૨૦૮૭	૨૩૪૭	૨૬૨૧	૨૮૫૧
૧૦૯૭	૧૩૨૭	૧૫૮૩	૧૮૪૭	૨૦૮૯	૨૩૫૧	૨૬૩૩	૨૮૫૭
૧૧૦૩	૧૩૬૧	૧૫૯૭	૧૮૬૧	૨૦૯૯	૨૩૫૭	૨૬૪૭	૨૮૬૧
૧૧૦૯	૧૩૬૭	૧૬૦૧	૧૮૬૭	૨૧૧૧	૨૩૭૧	૨૬૫૭	૨૮૭૯
૧૧૧૭	૧૩૭૩	૧૬૦૭	૧૮૭૧	૨૧૧૩	૨૩૭૭	૨૬૫૯	૨૮૮૭
૧૧૨૩	૧૩૮૧	૧૬૦૯	૧૮૭૩	૨૧૨૯	૨૩૮૧	૨૬૬૩	૨૮૯૭
૧૧૨૯	૧૩૯૯	૧૬૧૩	૧૮૭૭	૨૧૩૧	૨૩૮૩	૨૬૭૧	૨૯૦૩
૧૧૫૧	૧૪૦૯	૧૬૧૯	૧૮૭૯	૨૧૩૭	૨૩૮૯	૨૬૭૭	૨૯૦૯
૧૧૫૩	૧૪૨૩	૧૬૨૧	૧૮૮૯	૨૧૪૧	૨૩૯૩	૨૬૮૩	૨૯૧૭
૧૧૬૩	૧૪૨૭	૧૬૨૭	૧૯૦૧	૨૧૪૩	૨૩૯૯	૨૬૮૭	૨૯૨૭
૧૧૭૧	૧૪૨૯	૧૬૩૭	૧૯૦૭	૨૧૫૩	૨૪૧૧	૨૬૮૯	૨૯૩૯
૧૧૮૧	૧૪૩૩	૧૬૫૭	૧૯૧૩	૨૧૬૧	૨૪૧૭	૨૬૯૩	૨૯૫૩
૧૧૮૭	૧૪૩૯	૧૬૬૩	૧૯૩૧	૨૧૭૯	૨૪૨૩	૨૬૯૯	૨૯૫૭
૧૧૯૩	૧૪૪૭	૧૬૬૭	૧૯૩૩	૨૨૦૩	૨૪૩૭	૨૭૦૭	૨૯૬૩
૧૨૦૧	૧૪૫૧	૧૬૬૯	૧૯૪૯	૨૨૦૭	૨૪૪૧	૨૭૧૧	૨૯૬૯
૧૨૧૩	૧૪૫૩	૧૬૯૩	૧૯૫૧	૨૨૧૩	૨૪૪૭	૨૭૧૩	૨૯૭૧
૧૨૧૭	૧૪૫૯	૧૬૯૭	૧૯૭૩	૨૨૨૧	૨૪૫૯	૨૭૧૯	૨૯૯૯
૧૨૨૩	૧૪૭૧	૧૬૯૯	૧૯૭૯	૨૨૩૭	૨૪૬૭	૨૭૨૯	૩૦૦૧
૧૨૨૯	૧૪૮૧	૧૭૦૯	૧૯૮૭	૨૨૩૯	૨૪૭૩	૨૭૩૧	
૧૨૩૧	૧૪૮૩	૧૭૨૧	૧૯૯૩	૨૨૪૩	૨૪૭૭	૨૭૪૧	

અવિભાજ્ય અંકોની ખુબી એવી છે કે તેમાં બગડા શિવાય બીજો એક પણ બેકી અંક આવતો નથી અને પાંચ શિવાય બીજા એક પણ અંકને છેડે પાંચડો આવતો નથી. જે ઉપરના અવિભાજ્ય અંકો જોવાથી ખાત્રી થશે.

નિયમ. ૧—આ ઉપરથી એક એવો નિયમ નીકળે છે કે, દશ પછીના જે અવિભાજ્ય અંકો આવે તેમને અંતે ૧, ૩, ૭, ૯, શિવાયના અંકો આવી શકે નહીં.

નિયમ ૨-ઉપરની વાત ઉપરથી એક વિચિત્ર નિયમ મળી આવે છે કે દશની અંદરના ૧, ૨ અને ૩ અવિભાજ્ય શિવાયના અંકોમાં એક ઉમેરવાથી વા બાદ કરવાથી તેમને ૬ એ નિશેઃષ ભાગી શકાય છે. દા. ૭, ૧૩, ૧૧, ૧૭, ૧૯, ૨૩, ૨૯, ૩૧, ૩૭, ૪૧, આ અંકો ઉપરના નિયમ.

$\frac{૭-૧}{૬}=૧$, $\frac{૧૩-૧}{૬}=૨$, $\frac{૧૧+૧}{૬}=૨$, $\frac{૧૭+૧}{૬}=૩$,

$\frac{૧૯-૧}{૬}=૩$, $\frac{૨૩+૧}{૬}=૪$, $\frac{૩૧-૧}{૬}=૫$, $\frac{૩૭-૧}{૬}=૬$,

$\frac{૪૧+૧}{૬}=૭$, રાચળાને નિયમ મુજબ નિઃશેષ ભગાય છે.

સૂચના—ઉપરના નિયમથી ઉલટો નિયમ સર્વત્ર લાગુ પડતો નથી, એટલે કે—કોઇ અંકમાં ઉમેરવાથી વા બાદકરવાથી જે આવે તેને (૬) એ નિઃશેષ ભગાય તો પણ તે અંક અવિભાજ્ય થતો નથી.

અવિભાજ્ય અંકો શોધી કાઢવાની રીત.

નિયમ ૩—જ્યાં સુધીના અવિભાજ્ય અંકો ખોળી કાઢવાના હોય ત્યાં સુધીના એકી અંકો હારબંધ મૂકવા. પછી તગડેથી (તગડો ન ગણવો) દરેક ત્રીજા અંક

ઉપર જેટલા અંક હોય ત્યાં સુધી ચિન્હ મૂકવાં. તે પછી પાંચડેથી દરેક પાંચમા અંક ઉપર ચિન્હ મૂકવાં. તે છેવટ સુધી મૂકી રહ્યા પછી સાતડાથી દરેક સાતમા અંક ઉપર ચિન્હ મૂકવું. આવી રીતે ચિન્હ મૂકી રહ્યા પછી જે અંકો ઉપર ચિન્હ ન આવે તે અંકો અવિભાજ્ય અંકો જાણવા પણ તેમાં પ્રથમનો (૨) જે ફકત એકજ એકી અવિભાજ્ય અંક છે તે નાંખવો.

દા. સો સુધીમાં અવિભાજ્ય અંકો કયા કયા આવશે તે શોધી કાઢો ?

રીતિ.—૧, ૩, ૫, ૭, ૯, ૧૧, ૧૩ ૧૫, ૧૭, ૧૯, ૨૧, ૨૩, ૨૫, ૨૭, ૨૯, ૩૧, ૩૩, ૩૫, ૩૭, ૩૯, ૪૧, ૪૩, ૪૫, ૪૭, ૪૯, ૫૧, ૫૩, ૫૫, ૫૭, ૫૯, ૬૧, ૬૩, ૬૫, ૬૭, ૬૯, ૭૧, ૭૩, ૭૫, ૭૭, ૭૯, ૮૧, ૮૩, ૮૫, ૮૭, ૮૯, ૯૧, ૯૩, ૯૫, ૯૭, ૯૯, ૧૦૧.

હવે ઉપરના દાખલાનો જવાબ ફકત ચિન્હ વગરના અંકો રહ્યા તેમાં પ્રથમનો ૨ જે એકલોજ એકી અવિભાજ્ય અંક છે તે નાંખતાં જે આવે તે—એટલે કે.

૧, ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧, ૧૩, ૧૭, ૧૯, ૨૩, ૨૯, ૩૧, ૩૭, ૪૧, ૪૩, ૪૭, ૫૩, ૫૯, ૬૧, ૬૭, ૭૧, ૭૩, ૭૯, ૮૩, ૮૯, ૯૭, ૧૦૧; જવાબ.

સૂચના—અવિભાજ્ય અંકો કેટલા છે તે કહેવું મુશ્કેલ છે કારણ કે તે અનંત છે.+

સંખ્યાનો બીજો ભેદ.

(૨) સંખ્યાનો બીજો ભેદ ભાજ્ય નામથી ઓળ-

+આ વિષે વધારે વાત ગુર્જર ગણિતમાંથી મળી આવશે.

ખાય છે. આ જાતની સંખ્યાઓ એવી છે કે જેમને એક શિવાય બીજા પણ અંકોથી નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

દા. ૧૦, ૧૨, ૧૫, ૧૮, ૨૫ વિગેરે.

(૩) સંખ્યાનો ત્રીજો ભેદ પરિપૂર્ણ સંખ્યાના નામથી ઓળખાય છે. આ પરિપૂર્ણ અંકો એવા છે કે તેમના નિઃશેષ ભાજકોનો સરવાળો તેમની બરાબર થાય છે.

દા. (૧) ૬ એ પરિપૂર્ણ સંખ્યા છે કારણ કે તેના નિઃશેષ ભાજકો ૧, ૨, અને ૩ નો સરવાળો તે અંકની બરાબર થાય છે. ૧+૨+૩=૬.

દા. (૨) ૨૮ ના નિઃશેષ ભાજકો ૧, ૨, ૪, ૭, ૧૪ છે. ૧+ +૪+૭+૧૪=૨૮ માટે એ પણ પરિપૂર્ણ અંક છે.

સૂચના ૧—સંખ્યામાં આવા અંકો ઘણાજ થોડા છે જે નિચે પ્રમાણે છે. ૬, ૨૮, ૪૯૬, ૮૧૨૮, ૩૩૫૫૦૩૩૬, ૮૫૮૯૮૬૯૧૩૨૮, ૧૩૭૪૩૮૬૯૧૩૨૮ અને ૨૩૦૫૮૪૩૦૦૮૧૩૯૯૫૨૧૨૮.

સૂચના ૨—સઘળા પરિપૂર્ણ અંકોને છેડે ઘણું કરીને ૬ વા ૨૮ હોય છે+

(૪) સંખ્યાનો ચોથો ભેદ સંબંધક સંખ્યાના નામથી ઓળખાય છે જે નામ તેમણે તેમના એક બીજાની સાથેના સબંધ ઉપરથી મેળવ્યું છે. ૨૨૦ અને ૨૮૪ આ બે સબધક અંકો છે. કારણ કે ૨૨૦ એ ૨૮૪ના નિઃશેષ ભાજકોના સરવાળા બરોબર છે અને ૨૮૪ એ ૨૨૦ના નિઃશેષ ભાજકોના સરવાળા બરેબર છે.

(૫) સંખ્યાનો પાંચમો ભેદ અર્ધપૂર્ણ નામથી ઓળખાય છે. આ સંખ્યાના અંકો એવા છે કે જેમના નિઃશેષ ભાજકોનો સરવાળો તે (અર્ધપૂર્ણ) અંકોથી બમ-

---

+પરિપૂર્ણ અંકો શોધી કાઢવાની રીતિ ગુર્જરગણિતમાંથી મળી આવશે.

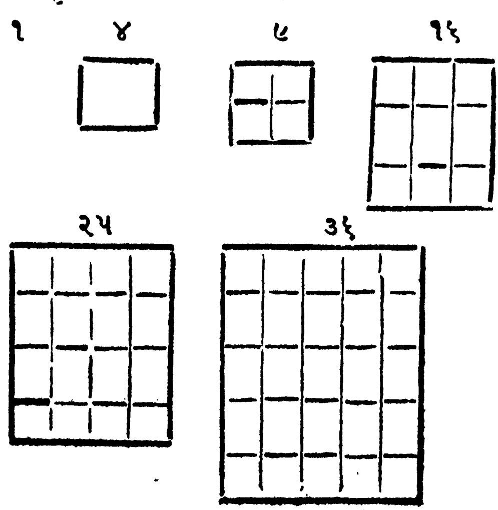
ણો થાય છે. દાખલો--૧૨૦. ૧૨૦ના નિઃશેષ ભાજકો--૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨, ૧૫, ૨૦, ૨૪, ૩૦, ૪૦, ૬૦, જેમનો સરવાળો ૨૪૦ થાય છે; જેનું અર્ધ ૧૨૦ તે અંકની બરાબર છે.

(૬) સંખ્યાના છઠ્ઠા ભેદનું નામ વર્ગસંખ્યા છે.

રીતિ. વર્ગ સંખ્યા શોધી કાઢવાને સારૂ પ્રથમ એકમ મૂકવો પછી તેમાં ત્રણ ઉમેરી બીજો અંક મૂકવો. પછી જે આવે તેમાં પાંચ ઉમેરીને ત્રીજો અંક મૂકવો પછી જે આવેલા હોય તેમાં સાત ઉમેરી ચોથો અંક મૂકવો. અને તે પ્રમાણે આગળ કરતાં જવું. આવી રીતે જે સંખ્યા ઉત્પન્ન થાય તે વર્ગસંખ્યા જાણવી.

દા. ૧, ૧+૩=૪ ૪+૫=૯, ૯+૭=૧૬, ૧૬+૯=૨૫, ૨૫+૧૧=૩૬, ૩૬+૧૩=૪૯

સૂચના ૧ વર્ગ સંખ્યાને કોઇ કોઇ વખત ચતુષ્કોણ સંખ્યા ઘણા કહે છે કારણ કે તે સંખ્ય ચતુષ્કોણ આકૃતિયોમાં ગોઠવાઇ રહે છે.



(૭) સંખ્યાનો સાતમો ભેદ ઘનસંખ્યાના નામથી ઓળખાય છે. આ સંખ્યાના ભેદના અંકો નિચે પ્રમાણે છે.

દા. ૧, ૮, ૨૭, ૬૪, ૧૨૫, ૨૧૬, ૩૪૩, ૫૧૨, ૭૨૯, ૧૦૦૦, ૧૩૩૧, ૧૭૨૮. આ અંકો શોધી કાઢવાની રીતિ કઠણ હોવાથી અત્રે દાખલ કરી નથી.

સુચના ૧—ઘનસંખ્યાના અંકોનો સરવાળો કરતાં વર્ગ સંખ્યાના અમુક અંકો નિયમાનુસારે આવે છે. જે વિષે અત્રે લંબાણ કરવું યોગ્ય નથી.

દા. ૧=૧; ૧+૮=૯, ૧+૮+૨૭=૩૬;૧+૮+૨૭+૬૪=૧૦૦; ૧+૮+૨૭+૬૪+૧૨૪=૨૨૫. આ દાખલામાં નજર કરતાં માલમ પડે છે કે. ૧, ૯, ૩૬, ૧૦૦, ૨૨૫ એ સર્વે વર્ગ સંખ્યા છે કે જેમનું વર્ગમૂળ ૧, ૩, ૬, ૧૦, ૧૫, ૨૧, ૨૮, થતું માલમ પડે છે કે જે ગણિત પ્રમાણુ અહીમાં છે.

નિયમ ૧—ઘનસંખ્યાઓમાં સરવાળાનું વર્ગમૂળ તે સંખ્યાઓના ઘનમૂળના સરવાળા બરાબર છે.

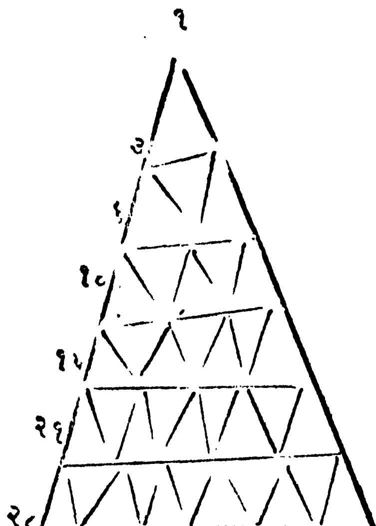
દા. ૧+૮+૨૭+૬૪+૧૨૫+૨૧૬ ના સરવાળાનું વર્ગમૂળ શું થશે ? ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬ અનુક્રમે ઘનમૂળ છે માટે ઘનસંખ્યાઓનો સરવાળો ૪૪૧ નું વર્ગમૂળ તેમના ઘનમૂળના સરવાળા ૨૧ બરાબર થશે.

(૮) સંખ્યાનો આઠમો ભેદ ત્રિકોણુ સંખ્યાના નામથી ઓળખાય છે. જેના અંકો શોધી કાઢવાની રીતિ ઘણીજ સરળ છે.

નિયમ ૧—સંખ્યાના મૂળ અંકોનો પ્રથમ એક પછી એક અને બે પછી એક બે અને ત્રણ આવી રીતે સરવાળો કરી જે આવે તે અનુક્રમે મૂકતાં જે નવી સંખ્યા બને તે ત્રિકોણુસંખ્યા જાણવી.

રીતિ. ૧. પ્રથમ ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૪, ૧૫, ૧૬, ૧૭ સંખ્યાના અંકો અનુક્રમે મૂકવા. પછીથી પહેલો, પહેલો+૨+૩, પહેલો+૨+૩+૪નો સરવાળો મુકીને નવા અંકો બનાવવા જે— ૧, ૩, ૬, ૧૦, ૧૫, ૨૧, ૨૮, ૩૬ ૪૫, ૫૫, ૬૬, ૭૮, ૯૧, ૧૦૫, ૧૨૦, ૧૩૬, ૧૫૩ થશે. આ ત્રિકોણસંખ્યા થઇ.

સુચના ૧—આ સંખ્યાને ત્રિકોણસંખ્યા એવું નામ આપ્યું છે તેનું કારણ એ છે કે તે ત્રિકોણમાં ગોઠવાઇ રહે છે.



(૯) સંખ્યાના એક ભેદને પંચકોણ સંખ્યા કહે છે. જે ત્રણ તફાવતના ગણિત શ્રેઢીના અંકોના ઉપર પરમાણે સરવાળો કરવાથી બને છે.

દા. ૧, ૪, ૭, ૧૦, ૧૩, ૧૬, ૧૯, ૨૨, ૨૫, ૨૮, ૩૧, ૩૪, ૩૭, જેમનો ઉપર પ્રમાણે સરવાળો કરી

નવા અંકો નિચેની માફક બને છે ૧, ૫, ૧૨, ૨૨, ૩૫, ૫૧, ૭૦, ૯૨, ૧૧૭, ૧૪૫, ૧૭૬, ૨૧૦, ૨૪૭.

(૧૦) સંખ્યાનો દશમો ભેદ કાટખુણુ ત્રિકોણુ નામથી ઓળખાય છે. દા. ૩, ૪, ૫ તથા ૬, ૮, ૧૦ એ કાંટખુણુ ત્રિકોણુ અંકો છે.

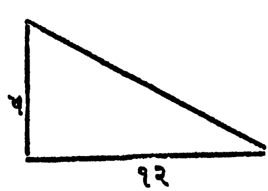
સૂચના ૧—કાટખુણુ ત્રિકોણુ અંકો જે અંકો ઉપરથી શોધી કાઢવા હોય તે અંકોને ઉત્પાદક અંકો કહે છે. કાટખુણુ ત્રિકોણુ અંકો શોધી કાઢવાના નિયમો:—

નિયમ ૧—ઉત્પાદક અંકોનો ગુણાકાર કરી જે આવે તેને બમણા કરવા. જે આવે તે કાટખુણુત્રિકોણુ અંકોમાંનો એક આવ્યો. અને બીજાને સારૂં ઉત્પાદક અંકોના વર્ગની બાદબાકી કરવી. જે આવે તે બીજો અંક જાણવો.

દા.--૨, ૩, એ ઉત્પાદક અંકો ઉપરથી કાટખુણુ ત્રિકોણુ અંક શોધી કાઢો?

$$\left.\begin{array}{l} ૨\times૩=૬\times૨=૧૨\ (૧) \\ (૩)^૨-(૨)^૨=૯-૪=૫\ (૨). \end{array}\right\}\text{ અંકો.}$$

હવે જો કાટખુણાત્રિકોણની એક બાજુ ૫ હોય ને બીજી ૧૨ હોય તો ત્રીજી કેટલી થશે?



$(૫)^૨+(૧૨)^૨=૨૫+૧૪૪=૧૬૯ \therefore \sqrt{૧૬૯}=૧૩$, જ.

(૧૧) ઉપર વર્ણવેલા સંખ્યાના ભેદો શિવાય બીજા પણ ઘણા સંખ્યાના ભેદ કરી શકાય છે. જે પુસ્તકનું

કદ વધવાના ભયે અત્રે દાખલ કર્યું નથી. ને જેમાંની સામાન્ય એકી અને બેકી સંખ્યા છે.

અમુક અંકની કેટલી સંખ્યા થશે તે કાઢવા વિષે.

નિયમ—૧. જેટલા અંકની સંખ્યા બાગી હોય તેટલાં મીંડાં એકની જમણી બાજુએ મૂકી તેમાંથી તે અંક કરતાં એક ઓછું મીંડું એકડા ઉપર મૂકી બન્નેની બાદબાકી કરવી; જે આવે તેટલી તેટલા અંકની સંખ્યા બને.

દા. ૧ અંકની કેટલી સંખ્યા થશે? ૧૦૦–૧૦=૯૦, જ.

દા. ૨ પાંચ અંકની કેટલી સંખ્યા થશે?
૧૦૦૦૦૦–૧૦૦૦૦=૯૦૦૦૦ જવાબ.

સરવાળો.

બે અથવા વધારે સંખ્યાઓને જોડવાથી જે નવી સંખ્યા આવે તેને તથા તે શોધી કાઢવાની રીતીને સરવાળો કહે છે. સરવાળો કરવાને આપેલી રકમોને જાગ્યાંક કહે છે અને કુલ સરવાળો આવે છે તેને કુલાંક વા સરવાળો કહે છે.

સરવાળો કરવાની રીતિ.

આપેલી સંખ્યાઓને એવી રીતે ગોઠવવી કે એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક, હજાર નીચે હજાર, એ પ્રમાણે કરતા જવું. પછીથી તે રકમો નીચે એક આડી લીટી દોરવી. બધા એકમનો સરવાળો લઇ તેમાંથી દશક નીકળે તે વિધાનો લઇ જુદો રાખવો, અને એકમ વધે તે પેલી આડી લીટી નીચે એકમના સ્થાનમાં લખવા. પછી વિધાના જે દશક આવ્યા છે તે, તથા દશકના સ્થાનમાં જે અંક છે તે બધાનો સરવાળો કરી, તેમાંથી

શતક જુદા રાખવા; અને બાકી દશક વધે તે પેલી આડી લીટી નીચે દશકના સ્થાનમાં લખવા. પછી વિઘાના શતક અને બાકી રકમોના શતકના અંક એ બધાનો સરવાળો કરી તેમાંથી હજાર જુદા કાઢવા અને શતક બાકી રહે તે સરવાળામાં શતકના સ્થાનમાં લખવા. પછી હજારની વિઘાને હજારના અંકોમાં મેળવવી, અને એ પ્રમાણે આગળ પણ કરતાં જવું. જ્યારે તે વિઘાને બીજા કોઇ પણ અંક સાથે મેળવવાની ન રહે, ત્યારે તે વિઘા જે સ્થાનની હોય તે સ્થાનમાં સરવાળામાં લખવી. અને તેથી જ નવી રકમ થઇ તે આપેલી રકમોનો સરવાળો થયો.

૬૫૬+૮૮૪+૯૭૨૪+૬૫૭૪+૩૦૦૫=૨૦૮૪૩ જવાબ.

સરવાળાનો તાળો મેળવવાની રીતિ ૧.

સરવાળો કરનારે આપેલી દરેક રકમના અંકનો સરવાળો કરતા જવું ને નવથી વધારે થાય એટલે નવ બાદ કરવાને પછીથી જે બાકી રહે તે જૂદા મૂકવા. આવી રીતે સરવાળાની સઘળી રકમોમાંથી નવ કાઢવા પછીથી દરેકના બાકી રહેલા અંકોનો સરવાળો કરીને તેમાંથી જો નવ નીકળતા હોયતો કાઢવા આ પછી જે આવે તે જો કુલે સરવાળાના અંકના સરવાળામાંથી નવ કાઢતાં જે બાકી રહે તેની બરાબર થાયતો જાણવું કે સરવાળો બરાબર છે.

દા. ૫૮૭૪	૫+૮=૧૩-૯=૪+૭=૧૧-૯=૨+૪	=૬
૬૭૫	૬+૭=૧૩-૯=૪+૫=૯-૯=૦	=૦
૫૩૪	૫+૩+૪=૧૨-૯=૩	=૩
૨૩૬૮	૨+૩+૬=૧૧-૯=૨+૮=૧૦-૯=૧	=૧

૯૪૫૧=૯+૪=૧૩-૯=૪+૫=૯=૯=૦+૧=૧ ૧૦-૯=૧

જે એક* ૧ની બરાબર છે માટે જવાબ ખરો છે.

સરવાળાનો તાળો મેળવવાની રીતિ ૨—જેટલી રકમોનો સરવાળો કરવો હોય તેમાંથી એક રકમ જુદી કાઢીને બાકીનાનો સરવાળો કરવો ને જે જવાબ આવે તેમાં જુદી રાખેલી રકમ ઉમેરવી. જે આવે તે સઘળી રકમો સાથે લેઇને સરવાળો કરતાં જે આવ્યું હોય તેની બરાબર થાયતો જાણવું કે જવાબ ખરો છે.

દા. ૫૬૨૫ તાળો મેળવવા સારૂ.

૬૨૪	૫૬૨૫	ચોથી સંખ્યા. ૯૭૫ ને જુદી રા-
૭૩૨૫	૬૨૪	ખવી અને એ જવાબમાં ઉમેરી
૯૭૫	૭૩૨૫	તો આ નવી આવેલી રકમ પ્ર-
૧૪૫૪૯	૧૩૫૭૪	થમના જવાબની બરાબર છે માટે
	૯૭૫	હિસાબ ખરો છે.
	૧૪૫૪૯	

સંખ્યાના અનુક્રમે અંકનો સરવાળો કરવાની રીતિ.૧.

અનુક્રમે સરવાળો કરવાને આપેલા અંકોમાંનો છેલ્લો અંક લેવો ને તેને તેની પછીના અંકથી ગુણવા અને જવાબ આવે તેને બે એ ભાગવા.

દા. ૧. ૧+૨+૩+૪+૫+૬+૭+૮+૯+૧૦+૧૧+૧૨+૧૩.
હવે છેલ્લો અંક ૧૩ છે ને તેની પછીનો ૧૪ છે તેથી

૧૩×૧૪÷૨=૯૧ જવાબ આવેલા અંકોનો સરવાળો.

દા. ૨. એકથી સો સુધીનો શો સરવાળો થશે?

∴ ૧૦૦×૧૦૧÷૨=૫૦૫૦ જવાબ.

વર્ગ સંખ્યાનો સરવાળો કરવાની રીતિ. ૨.
જેટલી સંખ્યાઓ હોય તેને બેએ ગુણવા ને તેમાં એક ઉમેરીને તેને ત્રણે ભાગવા જે આવે તેને સંખ્યાઓ ઉપર

વર્ગની નિશાની મૂકીજ નથી તેમ ગણી તેમનો સરવાળો કરીને ગુણી નાંખવા જે આવે તે જવાબ.

દા. $૧^૨+૨^૨+૩^૨+૪^૨+૫^૨+૬^૨+૭^૨$ નો સરવાળો શો?

$\frac{(૭×૨)+૧}{૩}×૨૮$ જે પહેલેથી ૭ સુધીનો સરવાળો છે.

$$= \frac{૧૪+૧}{૩}×૨૮=૫×૨૮=૧૪૦$$ જવાબ.

ઘનસંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાની રીતિ.

રીતિ—૩. ઘનસંખ્યા જેટલી હોય તેના ઉપર જાણે ઘનદર્શક ચિન્હ મુક્યુંજ નથી તેમજ ધારી તેમનો સરવાળો કરવો. ને જે આવે તેનો વર્ગ કરવો.

દા. $૧^૩+૨^૩+૩^૩+૪^૩+૫^૩+૬^૩+૭^૩+૮^૩$નો સરવાળોશો?

૧+૨+૩+૪+૫+૬+૭+૮= ૩૬ જેમનો વર્ગ ૧૨૯૬ થયો જે દાખલામાં આપેલી ઘન સંખ્યાનો સરવાળો થયો.

બાદબાકી.

કોઈ મોટી સંખ્યામાંથી કોઇ નાની સંખ્યા ઓછી કરવાથી જે બાકી રહે તેને તથા તે શોધીકાઢવાની રીતિને બાદબાકી કહે છે.

જેમાંથી બાદ કરવાના હોય તેમને અધિકાંક કહે છે, અને જે બાદ કરવાના હોય તેમને બાધ્યાંક કહે છે. જે બાકી રહે છે તેને તેમજ બાદબાકી કરવાની રીતિને બાદબાકી કહે છે.

સુચના. બાદબાકી તે સરવાળાથી વિરૂદ્ધ છે. કોઇ બે રકમનો સરવાળો અને તે બે માંની એક રકમ આપી હોય તો તેની બીજી રકમ આપણે બાદબાકીથી શોધી કાડી શકીયે છીએ.

બાદબાકી કરવાની રીતિ.

અધિકાંક નીચે બાધાંક મૂકવા. તે એવી રીતે કે અધિકાંકના એકમ, દશક, શતક વિગેરે નીચે બાધાંકના એકમ દશક સતક વિગેરે અનુક્રમે આવે. પછી એક આડી લીટી દોરીને અધિકાંકના એકમમાંથી બાધાંકના એકમ બાદ કરીને જે આવે તે લીટી નીચે એકમ સ્થળે મૂકવા. આ પ્રમાણે દશક, શતક, હજાર ઇ. માટે કરવું; અને જે બાકી રહે તે અનુક્રમે તેમના સ્થાનમાં લીટી નીચે મુકવા. જો. અધિકાંકના કોઈ અંક કરતાં બાધાંકના તેજ સ્થળનો અંક મોટો હોય તે ઉપરના અંકથી ચઢતા સ્થાનમાંથી દશક લેવો અને પછીથી બાદબાકી કરવી. આમ કરતાં જે બાકી રહે તે જવાબ.

દા. ૭૬૨૫–૨૨૦૩=૫૪૨૨. જવાબ.

બાદબાકીનો તાળો મેળવવાની રીતિ—૧

અધિકાંક, બાધાંક અને જે જવાબ આવેલો હોય તે સઘળાઓમાંથી જેટલી વખત નવ નીકળે ત્યાં સુધી કાઢી, જે વધે તે દરેકને જુદા મૂકવા; પછીથી અધિકાંક અને બાધાંકના બાકી રહેલા અંકોની બાદબાકી કરવી, ને જે આવે તે બાદબાકીના બાકી રહેલા અંકથી બરાબર થાય તો જવાબ ખરો છે તેમ જાણવું.

દા. ૩૬૫૪ ૩+૬=૯–૯=૦+૫+૪=૯–૯=૦
૨૭૬૫ ૨+૭=૯–૯=૦+૬+૫=૧૧–૯=૨
―――――
૦૮૮૯ ૮+૮=૧૬–૯=૭+૯=૧૬–૯=૭

૭+૨=૯–૯=૦ એ અધિકાંકના મિંડા બરોબર છે માટે જવાબ ખરો છે.

જ્યારે બાદબાકી થતી ન હોય ત્યારે બાધાંકના તથા બાદબાકીના અંકનો સળવાળો તે અધિકાંકના બાકી રહેલા અંકની બરાબર થાય તો જાણવું કે જવાબ ખરો છે. જે ઉપર કરેલા હિસાબમાં છે.

અધિકાંક=૦
બાધાંક=૨ ∴ ૭+૨=૯–૯=૦=૦અધિકાંકનું
બાદબાકી=૭

રીતી–૨. બાધાંક અને બાદબાકીનો સરવાળો કરવાથી જે અધિકાંક બરોબર જવાબ આવે તો જાણવુંકે હિસાબ ખરો છે,

દા. ૩૬૫૪ તેમાંથી બાદ ૨૭૬૫

૩૬૫૪	બાધાંક+બાદબાકી=અધિકાંક	
૨૭૬૫	૨૭૬૫+૮૮૯ =૩૬૫૪	∴ હિસાબ ખરો છે.
૮૮૯		

સરવાળો અને બાદબાકી સાથે કરવાની રીતિ.

શિખનારને આ રીતિની સમજણ પડવા સારૂં નીચેનો હિસાબ પુરતો થશે કે જેમાં સઘળી રીતિ આવેલી છે.

દા. ૧. व નિશાની આગળ આપેલી સઘળી રકમો अ નિશાની આગળની રકમોમાંથી બાદ કરો.

૫૬૨૪૩ ૮૪૫૬૪ ૩૨૫૨ ૨૬૮૪૮	अ
૨૯૪૭ ૩૬૫૪ ૨૩૦૮	व
૧૬૨૦૦૩	

આ દાખલામાં व નિશાનીવાળી સંખ્યાની જમણી તરફના પહેલા અંકોનો સરવાળો હમેશની રીત મુજબ કરવો જે ૧૪ થશે. જે દશ પદ્ધતિની ૧૪ની નજીકની મોટામાં મોટી રકમમાંથી બાદ કરો એટલે ૨૦ માંથી ૧૪ બાદ કરો ને જે બાકી રહે (૬) તેને अ નિશાનીવાળી સંખ્યાની જમણી તરફના પહેલા અંકોનો સરવાળા સાથે જોડો.જેમ કરવાથી ૨૩ આવશે.

હવે ૨૩ માંના ૩, લીટી તજી મૂકી જે બે વિદ્યા આવી તે (પ્રથમથીજ બે દશકમાંથી ૧૪ બાકી કર્યા છે તેથી) ધ્યાનમાં લેવી નહીં. હવે જમણી તરફના બ વાળા બીજા અંકોનો સરવાળો કરો. જે ૯ થયો. તેને પાસેની મોટામાં મોટી દશ પદ્ધતિના અંકમાંથી બાદ કરો એટલે ૧૦ માંથી બાદ કરો. એટલે ૧ રહ્યો. જેને તેની ઉપરના અ નિશાની વાળા અંકો સાથે જોડો. જેમ કરવાથી ૨૦ થયા. તેમાંથી ૦ તળીયે મુકીને જે બે વિદ્યા આવી તેમાંથી એક તો પ્રથમથીજ દશમાંથી નવ બાદ કર્યા છે તેથી ગઇને એક રહી. આ વિદ્યાને પાસેના ત્રીજા અંકોનો સરવાળો કરતા પહેલાં તેમાંથી કાઢી નાંખવી. જો કદાપિ આથી ઉલટુ થાય (એટલે ૨૦ માંથી બાદ કર્યા હોય અને વિધ્યા ફક્ત એકજ આવે તો એક વિધ્યા ખુટે એટલે બ નિશાનીના અંકોના સરવાળાના દશક અંક અ નિશાનીના અંકના સરવાળાના દશક અંક કરતાં વધારે આવે તો પછી જે બાદબાકી આવે તેને બાદ કરવાને બદલે ઉમેરવી.) તો બાદ કરવાને બદલે સરવાળો કરવો. આ પ્રમાણે કરતાં ત્રીજા અંકમાં ૧૮ આવે છે જેમાંથી એક વિદ્યા ગયા પછી ૧૭ રહ્યા જે ૨૦ માંથી બાદ ગયા તો ૩ આવ્યા. જે ઉપરના અંક સાથે જોડતાં ૨૦ થયા જેમાંથી નીચે મૂકયું ને વિધ્યા બે ગણત્રીમાં લેવાની નથી કારણ કે ઉપર પ્રથમથીજ ૨૦ બાદ કર્યા છે. આ પ્રમાણે બ માં જે ચોથા અંકોનો સરવાળો ૭ આવ્યો જે ૧૦ માંથી જતાં ૩ રહ્યા જે ઉપરના અંક સાથે જોડતાં ૨૨ થયા જેથી નીચે ૨ રહ્યા ને એક વિધ્યા આવી. હવે આ વિધ્યા નિયમ પ્રમાણે બ ના અંકમાંથી બાદ કરવી જોઇએ પણ આ હિસાબમાંતો અંક હવે છેજ નહીં તો વિધ્યા આવે તે ઉપરના એટલે અ નિશાનીવાળા

અંકો સાથેના સરવાળામાં જોડવી જોઇએ જે કરવાથી ૧૬ આવે છે તે નીચે મૂકી દેવા જેથી ૧૬૨૦૦૩ જવાબ આવ્યો.

ગુણાકાર.

એકની એક રકમને કેટલાક વખત લેઇને તેનો સરવાળો કરવાની સહેલી અને ટુંકી રીતિને ગુણાકાર કહે છે.

દા. ૧૫+૧૫+૧૫+૧૫+૧૫+૧૫= ૯૦

જે એકજ વખતે ૧૫ને ૬ ગુણવા બરોબર=૯૦ છે.

સુચના—૧ જે સંખ્યાને ગુણવાના હોય તેને ગુણ્ય કહે છે; જે વડે ગુણવાના હોય તેને ગુણક કહે છે; જે જવાબ આવે તેને તથા તે કરવાની રીતીને ગુણાકાર કહેછે.

ગુણાકાર કરવાની રીતિ.

જ્યારે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર કરવો હોય ત્યારે તેમાંની ગમે તે સંખ્યાને ગુણક વા ગુણાકાર તથા ઉલટસુલટ લેઇને ગુણાકાર થાય છે ને જવાબમાં કંઇ પણ ફરક પડતો નથી.

દા. ૧૫×૫ જેમાં (૧૫) ગુણ્ય છે ને (૫) ગુણક છે. હવે જો (૫) ને ગુણ્ય ગણીને (૧૫) ને ગુણક ગણીયે તો પણ ગુણાકારમાં ફરક ન પડે ને તેમ લેઇ શકાય.

રીતિ—૧. ગુણ્યની નીચે ગુણક મૂકવો;પછી ગુણકના એક (જમણી તરફના) અંકથી ગુણ્યના જમણી તરફથી શરૂ થતા એક પછી એક અંકોને ગુણીને, ગુણાકાર લીટીતળે નીચે મૂકવો.

ને જ્યાં સુધી ગુણ્યના સઘળા અંકો પુરા થાય ત્યાં સુધી આ પ્રમાણે કરતાં જવું અને જો ગુણાકાર નવથી વધારે આવે તો જમણી તરફનો છેલ્લો અંક લીટી તળે મુકીને બાકીનો અંક વિધા ગણી ગુણ્યમાંના તેથી ચઢતા અંકના ગુણાકારમાં મેળવવો. આ થઇ રહ્યા પછીથી ગુ-

ગુણકના બીજા અંકે ગુણ્યના સઘળા અંકોને ઉપર પ્રમાણે ગુણવા ને ગુણાકાર જમણી તરફનો પ્રથમનો ગુણાકાર મૂકયો હોય તેની તળે એક અંક કાપીને મૂકવો. આ પ્રમાણે આગળ કરતા જવું. પછી બધાનો સરવાળો કરવો.

ગુણાકાર.

દા. ૬૨૫×૨૫૭

```
   ૬૨૫
   ૨૫૭
 ------
  ૪૩૭૫
 ૩૧૨૫
૧૨૫૦
------
૧૬૦૬૨૫
```

ગુણાકાર કરવાની સહેલી રીતો.

(૧) જો કોઇ રકમને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦, વગેરે એ ગુણવા હોય તો તે રકમ ઉપર અનુક્રમે એક, બે, ત્રણ, અને ચાર શુન્ય મૂકવાં.

દા. ૪૯ને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦ગુણો.

જ ૪૯૦, ૪૯૦૦, ૪૦૦૦, ૪૯૦૦૦૦,

(૨) જો કોઇ રકમને ૫ ગુણવા હોયતો તે રકમ ઉપર શુન્ય મૂકીને ૨ વડે ભાગવા.

દા. ૨૫ને ૫ ગુણો

૨૫×૫=૨૫×૧૦=૨૫૦÷૨=૧૨૫ જવાબ.

(૩) જો કોઇ રકમને ૨૫ ગુણવા હોયતો તે રકમ ઉપર બે શુન્ય મૂકીને ૪ થી ભાગવા.

દા. ૪૯×૨૫

૪૯×૨૫=૪૯×૧૦૦=૪૯૦૦÷૪=૧૨૨૫ જવાબ.

(૪) જો કોઇ રકમને ૧૨૫ અને ૬૨૫ ગુણવા

હોય તો તેના ઉપર અનુક્રમે ત્રણ અને ચાર શુન્યો મૂકીને ૮ અને ૧૬ વડે ભાગવા

દા. ૪૪ ને ૧૨૫ અને ૬૨૫ ગુણો.

$$૪૪×૧૨૫=\frac{૪૪×૧૦૦૦}{૮}=\frac{૪૪૦૦૦}{૮}=૫૫૦૦$$

$$૪૪×૬૨૫=\frac{૪૪×૧૦૦૦૦}{૧૬}=\frac{૪૪૦૦૦૦}{૧૬}=૨૭૫૦૦$$

(૫) જો કોઇ સંખ્યાને ૧૧ ગુણવા હોય તો ફકત તે સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો કરવાથીજ થાય છે. દા. ૬૭૫૮૩×૧૧=જવાબ ૭૪૩૪૧૩.

રીતિ ૧—એટલે કે પહેલાં ગુણ્યનો જમણી તરફ જે અંક હોય તે જવાબ આવવાની સંખ્યાનો જમણી તરફનો પ્રથમ અંક મૂકવો. પછી ગુણ્યના જમણી તરફ પહેલા ને બીજા અંકનો સરવાળો મૂકવો પછી બીજાને ત્રીજાનો ને તે પ્રમાણે આગળને માટે જો સરવાળો નવ ઉપર આવે તો વિઘા આગળના અંકના સરના સરવાળા માં જોડવી. ઉપરના દાખલામાં ૬૭૫૮૩

	૬૭૫૮૩
	૧૧
પહેલો	૩=૩
પહેલો+બીજો	૩+૮=૧
બીજો+ત્રીજો+વિઘા	૮+૫+૧=૪
ત્રીજો+ચોથો+વિઘા	૫+૭+૧=૩
ચોથો+પાંચમાં	૭+૬+૧=૪
પાંચમો+વિઘા	૬+ ૧=૭

જ ૭૪૩૪૧૩.

જો ઉપરની રકમને ૧૧૧ ગુણવા હોય તો નીચે

પ્રમાણે કૃતિ કરવી.

દા. ૬૭૫૮૩×૧૧૧.

		૬૭૫૮૩
		૧૧૧
		૭૫૦૧૭૧૩
પહેલો=૩	=૩	
પહેલો+બીજો=૮+૩	=૧	
પહેલો+બીજો+ત્રીજો+વિધા =૫+૮+૩+૧	=૭	
બીજો+ત્રીજો+ચોથો+વિધા =૭+૫+૮+૧	=૧	
ત્રીજો+ચોથો+પાંચમો+વિધા=૬+૭+૫+૨	=૦	
ચોથો+પાંચમો+વિધા=૬+૭+૨	=૫	
પાંચમો+વિધા=૬+૨	=૭	

આવી રીતે જો ૧૧૧૧ અથવા તેથી પણ વધારે મોટી રકમે ગુણવા હોય તો અનુક્રમે ચાર અથવા પાંચ કે તેથી પણ વધારે વખત સરવાળો કરવાથી જવાબ આવે છે. જે ઘણીજ સહેલી રીતિ છે ને જે મોઢાથી બની શકે છે.

(૭) બે અંકની બનેલી સખ્યાને ૧૧ ગુણવા હોય તો ફક્ત તે બે અંકોની વચમાં તે બે અંકોનો સરવાળો મૂકી દેવો.

દા. ૪૫×૧૧=૪૯૫ એટલે કે ૪ ચોગડાને પાંચડાની વચમાં ૪+૫=૯ એટલે નવડો મૂકી દેવો જે આવે તે જવાબ.

સુચના ૧. જો સરવાળો ૯થી વધારે આવતો હોય તો વિધા ડાબી તરફના અંકમાં ઉમેરવી.

દા. ૫૫×૧૧=૬૦૫ એટલે ડાબી તરફના પાંચડાની માંહે એક વિધા જે ૫+૫=૧૦ની આવી તે નાંખીને રકમ વચમાં મૂકી તે.

(૮.) કોઇ રકમને ૯, ૯૯, ૯૯૯, ૯૯૯૯ વિગેરે ગુણવાના હોય તો તે રકમ ઉપર અનુક્રમે, એક, બે, ત્રણ, ચાર, વિગેરે શુન્યો ચઢાવીને તેમાંથી તે રકમ બાદ કરવી.

દા. ૮૧ ને ૯, ૯૯, ૯૯૯, ૯૯૯૯એ ગુણો.

૮૧×૯=૮૧×૧૦−૮૧=૮૧૦−૮૧=૭૨૯

૮૧×૯૯=૮૧×૧૦૦−૮૧=૮૧૦૦−૮૧=૮૦૧૯

૮૧×૯૯૯=૮૧×૧૦૦૦−૮૧=૮૧૦૦૦−૮૧=૮૦૯૧૯

૮૧×૯૯૯૯=૮૧×૧૦૦૦૦−૮૧=૮૧૦૦૦૦−૮૧=૮૦૯૯૧૮

(૯.) કોઇ રકમને ૧૫ ગુણુવા હોય તો તે રકમ ઉપર શુન્ય મૂકીને જે આવે તેના અર્ધા કરીને તેમનો સરવાળો કરવો.

દા. ૧૭૨×૧૫=૧૭૨૦=૧૭૨×૧૦

૮૬૦=૧૭૨×૫ ∴ કુલ ૧૭૨×૧૫=૨૫૮૦ જ.

(૧૦) કોઇ રકમને ૩૫ ગુણુવા હોય તો તેના ઉપર ૦૦ શુન્ય મૂકીને તેનો ચોથો ભાગ કરવો જે આવે તેમાં તે તે રકમ ઉપર શુન્ય મૂકીને જોડી દેવી.

દા. ૩૮×૩૫ ∴ ૩૮×૧૦૦=૩૮૦૦÷૪=૯૫૦ }
૩૮×૧૦ = ૩૮૦ =૩૮૦ } ૧૩૩૦. જ.

(૧૧) જો કોઇ રકમને ૭૫ ગુણુવા હોયતો તેના ઉપર ૦૦ શુન્ય મૂકીને જે આવે તેમાંથી તેનો ચોથો ભાગ બાદ કરવો. ૭૮×૭૫=૭૮+૧૦૦=૭૮૦૦−૭૮×૧૦૦÷૪=૧૯૫૦=

૫૮૫૦ જ.

(૧૨) કોઇ સંખ્યાને ૧૦, ૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦, ૮૦, ૯૦ એ ગુણુવા હોયતો તેના ઉપર ૦ સુન્ય મૂકીને અનુક્રમે ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૦, એ ગુણુવા જે આવે તે જવાબ.

દા. ૬૫×૭૦=૬૫૦×૭= ૪૫૫૦ જ.

(૧૩) કોઇ બે સંખ્યાઓ કે જેમનો સરવાળો અને બાદબાકીનો ગુણાકાર કરવો હોયતો તે બે સંખ્યાના વર્ગની બાદબાકી કરવી.

દા. (૧૨૫–૨૫)×(૧૨૫+૨૫)

$(૧૨૫)^2$–$(૨૫)^2$=૧૫૬૨૫–૬૨૫=૧૫૦૦૦ જવાબ.

(૧૫) જો કોઇ બે અંકની સંખ્યાને ૨૨, ૩૩, ૪૪, ૫૫, ૬૬, ૭૭, ૮૮, ૯૯, ૧૧૦, ૧૨૧, ૧૩૨ વિગેરે સંખ્યાઓ કે જેમને ૧૧ નિઃશેષ ભાગી શકાય તેમની વડે ગુણવા હોય તો ગુણક ૧૧ થી જેટલા ગણો હોય તેટલા ઘણી સંખ્યા કરીને તેની વચમાં આવેલી સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો કરી તેને તેની વચમાં મૂકવા.

દા. ૩૫× ૨૨; ૩૫×૩૩; ૩૫×૪૪.

૨૨ એ ૧૧ થી બમણા છે તેથી ૩૫ ને ૨ ગુણી તેની વચમાં ૭૦ના અંકોનો સરવાળો કરીને મૂકવો.

૩૫×૨=૭૦ તેમની વચમાં ૭+૦=૭ મૂકવા.

એટલે ૭૭૦ થશે તે જવાબ.

ब ૩૫×૩૩=પાંતરીસને ત્રણ ઘણા કરી તેમની વચમાં ૧૦ ૫ એટલે દશ અને પાંચની વચમાં ૧૦+૫ એ બે અંકોનો સરવાળો ૧૫ મુકવો હવે પંદરમાં એક દશક છે માટે તે દશક દશમાં નાંખ્યો તેથી ૧૧ થયા ને પાંચડો વચમાં મૂક્યો એટલે ૧૧૫૫ જવાબ.

क ૩૫×૪૪=૧૪૦=૧૪+૦=૧૪.

૧૪ ને ૦ ની વચમાં ૧૪ મૂકવા જેમાં એક વિધ્યા છે તેથી ૧૪+૧=૧૫૪૦ જવાબ.

અને એ પ્રમાણે આગળ ઉપર.

૧૬. સામાન્ય પદવાળી બે રકમો કે જેમને છેડે ૨૫ અને ૭૫ હોય તો સામાન્ય પાદમાં એક ઉમેરીને તેજ પાયાથી ગુણવા ને જે ગુણાકાર આવે તેની આગળ ૧૮૭૫ મૂકવા.

દા. ૮૭૫×૮૨૫

૮+૧=૯×૮=૭૨૧૮૭૫ જવાબ.

દા. ૧૨૭૫×૧૨૨૫

૧૨+૧=૧૩×૧૨=૧૫૬૧૮૭૫ જવાબ.

(૧૭) જો કોઇ બે રકમો કે જેમનો એક અંક સરખો હોય અને એક જુદો હોય તો તેમનો ગુણાકાર કરવાની રીતી.

રીતી એકમ સ્થળના અંકોનો ગુણાકાર કરીને જે આવે તેમાંથી વિધ્યા જો હોય તો લેઇને બાકીના એકમ, અંકમાં મુકવા ત્યાર બાદ જે અંક સરખા હોય તેવડે સરખા ન હોય તેવા અંકના સરવાળાને ગુણવા ને તેમાં ઉપર આવેલી વિધ્યા ઉમેરી દેવી; જે આવે તેમાંથી વિધ્યા હોય તે કાઢી લેઇને બાકીના દશક, સ્થળમાં મૂકવાને પછી દશક સ્થળના અંકોનો ગુણાકાર કરી તેમાં વિધ્યા ઉમેરી મૂકીએ તે જવાબ.

દા. ૯૬×૨૬; ૫૬×૫૨.

જ. ૨૪૯૬ ૯૬×૨૬=આ દાખલામાં એકમ અંકો સરખા છે તેથી તેમનો ગુણાકાર કરી જે ૩૬. આવ્યો તેમાં ૬ને જવાબમાં એકમ સ્થળે મુકયા ને ત્રણ વિધ્યા લીધી. પછીથી સરખા નથી તેવા અંકો ૯+૨=૧૧×૬=૬૬ જેમાં ૩ જોડવાથી ૬૯ થયા તેમાંથી ૯ દશક સ્થળ મૂકી ૬ વિધ્યા લીધી પછીથી દશક અંકો ૯×૨=૧૮+૬ વિધ્યા=૨૪ મૂકયા તે જવાબ.

૫૬×૫૨= ૬×૨=૧૨ જેમાંથી એક વિધ્યા આવી.

જ. ૨૯૩૨ ૬+૨=૮×૫=૪૨+૧ વિધ્યા=૪૩ જેમાં ચાર વિધ્યા આવી ૫×૫=૨૫+૪=૨૯ મુકવાથી જ.

સુચના—૧ ઉપરની રીતી ત્રણ અંકની સંખ્યામાં પણ લાગુ પડેછે.

દા. ૧૫૪×૧૫૭ આમાં દશકને સ્થળે પાંચ છે તેમ ન ગણતાં ૧૫ છે તેમ માનવું.

૧૫૪×૧૫૭= સરખા ૧૫ છે. હવે એકમનો ગુણાકાર કર્યો તો ૨૮ આવ્યો જેમાં વિઘા ૨ ને ૮ એકમ સ્થળ મૂકયા. ૭+૪=૧૧×૧૫=૧૬૫+૨=૧૬૭. જેમાં વિઘા ૧૬ આવીને ૭ દશક સ્થળે આવ્યા. પછીથી ૧૫×૧૫=૨૨૫+૧૬ =૨૪૧ ∴ ૨૪૧૭૮ જ.

જ. ૨૪૧૭૮

સુચના—૨ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે તેથી ઉલટી રીતી પણ થઇ શકે ને જેથી ત્રણ ચાર ને તેથી પણ વધારે અંકની સંખ્યાનો ગુણાકાર સહેલાઇથી થઇ શકે; જેનો શોધ વાચકવર્ગને કરવાને આપું છું.

(૧૮) બે રકમો કે જે ત્રણ અંકની વા બે અંકની બનેલી હોય ને જેમના અંત્યના અંકોનો સરવાળો સો થાય, ને જેમનો સામાન્ય પાદ હોય તેમનો ગુણાકાર કરવાની રીતી.

દા.૪૭૬×૪૨૪ જેમાં ૨૪+૭૬=૧૦૦ થાય છે.

$$\left(\frac{૨૪+૭૬}{૨}\right)^૨-\left(\frac{૭૬-૨૪}{૨}\right)^૨=૧૮૨૪ \text{ જ.}$$

સામાન્યપાદ ૪+૧=૫×સામાન્યપાદ (૪)=૨૦ના આગળ મૂક ાથી જવાબ આવશે. ૨૦૧૮૨૪ જ.

(૧૯) કોઇ બે રકમોનો ગુણાકાર કરવાનો હોય ને જો તે રકમોની વચ્ચે દશના પાયાનો દશથી નિઃશેશ

ભગાય તેવો જે અંક આવે તે અંકથી તે રકમો સમાન્તર હોય તો તેમનો ગુણાકાર કરવાની રીતી.

રીતી—૧ બે રકમોનો સરવાળો કરી તેના અર્ધના વર્ગમાંથી સામાન્ય અંતર હોય તેનો વર્ગ બાદ કરવો.

દા. ૧૮×૨૨. ૧૮ અને ૨૨ ની વચલો અંક (૨૦) છે જ્યાંથી અઢાર (૨) ને છેટે છે અને બાવીશ પણ ૨ ને છેટે છે માટે તેમનો ગુણાકાર.

$૧૮+૨૨=૪૦÷૨૦$ જેનો વર્ગ $૪૦૦-(૨)^2=૪=૩૯૬$ જ.

સુચના ૧—આજ રીતે ગમે તે રકમનો ગુણાકાર થઇ શકે છે.

દા. ૨૮×૩૨;૨૭×૩૩;૨૬×૩૪; ૫૧×૪૯ તેમજ ૭૩×૮૭.

(अ) $૨૮+૩૨=\frac{૬૦}{૨}=(૩૦)^2=૯૦૦$

$૩૨-૨૮=\frac{૪}{૨}=(૨)^2=\overset{૪}{૮૯૬}$ જ.

ब ૨૭×૩૩.

$૨૭+૩૩=\frac{૬૦}{૨}=(૩૦)^2=૯૦૦.$

$૩૩-૨૭=\frac{૬}{૨}=(૩)^2=\overset{૯}{૮૯૧}$ જ.

(क) ૨૬×૩૪.

$૨૬+૩૪=\frac{૬૦}{૨}=(૩૦)^2=૯૦૦$

$૩૪-૨૬=\frac{૮}{૨}=(૪)^2=\overset{૧૬}{૮૮૪}$ જ.

(ड) ૫૧×૪૯.

$૫૧+૪૯=\frac{૧૦૦}{૨}=(૫૦)^2=૨૫૦૦$

$૫૧-૪૯=\frac{૨}{૨}=(૧)^1=\overset{૧}{૨૪૯૯}$ જ.

(ई) ૭૩×૮૭.

$૭૩+૮૭=\frac{૧૬૦}{૨}=(૮૦)^2=૬૪૦૦$

$૮૭-૭૩=\frac{૧૪}{૨}=(૭)^2=\overset{૪૯}{૬૩૫૧}$ જ.

(૨૦) કોઇ રકમને ૯, ૯૯, ૯૯૯, ૯૯૯૯, ૯૯૯૯૯ એ ગુણવા હોય તો તેના ઉપર જેટલા નવડા હોય તેટલાં મીંડાં ચઢાવીને તે રકમ તેમાંથી બાદ કરવી.

દા. ૨૫×૯૯; ૭૪×૯૯૯૯.

૨૫×૯૯=૨૫૦૦ ૭૪૦૦૦૦
૨૫ ૭૪
૨૪૭૫ ૭૩૯૯૨૬

(૨૧) કોઇ રકમમાં દશક સ્થળે વા તે ઉપરાંત ગમે તે સ્થળોમાં એટલે સતક સહસ્ર વિગેરે સ્થળોમાં શુન્ય હોય તેને તેના જેવીજ રકમે ગુણવાની રીતી.

દા. ૫૦૪×૩૦૭; ∴ ૧૫૪૭૨૮ જ.

રીતી ૧—એકમ સ્થળના અંકોનો ગુણાકાર એકમ સ્થળના અંકોથી કરીને જવાબમાં જમણી તરફ મૂકવો. પછી સતક સ્થળના અંકોથી સતક સ્થળના અંકોનો ગુણાકાર કરીને જવાબમાં ડાબી તરફ પ્રથમ અંકમાંજ મૂકવો. ને તેમની વચમાં એકમના અંક સાથે સતક અને સતક સાથે એકમના અંકોના ગુણાકારનો સરવાળો મૂકવો જે આવે તે જવાબ.

ન ૭૦૦૯×૪૦૦૩

૭૦૦૯
૪૦૦૩
૨૮૦૫૭૦૨૭

રીતી ૨.—જો બે અંકની વચમાં એકથી વધારે શુન્ય આવ્યાં હોય ને તેમનો તેના જેવીજ રકમે ગુણાકાર કરવાનો હોય તો ઉપર પ્રમાણે ગુણાકાર કરીને તેમની વચમાં બે મીડાં આવ્યાં હોય તો એકએક મીડું વચલા આંકડા મૂકયા પછી તેમની આસપાસ મૂકવું. જો વચમાં ત્રણ શુન્યો હોય તો બે, ને જો ચાર હોય તો ત્રણ ત્રણ શુન્યો મુકવી.

ક ૫૦૦૦૮×૭૦૦૦૩ આ દાખલામાં વચમાં ત્રણ શુન્યો આવેલી હોવાથી વચલા અંકોની

૫૦૦૦૮ આસપાસ બે શુન્યો મુકવી પડશે.
૭૦૦૦૩

૩૫૦૦૭૧૦૦૨૪

૨૨) બે અંકની રકમોનો ગુણાકાર કરવાની રીતિ.

રીતી ૧—એકમના અંકનો એકમના અંકથી ગુણાકાર કરી લીટી નીચે મૂકવો. ને દશકના અંક સાથે દશકના અંકથી ગુણાકાર કરીને મૂકવો. પછી એકમ તથા દશક અને તથા દશક એકમના ગુણાકારનો સરવાળો એક અંક કાપીને ઉમેરવો જે આવે તે જવાબ.

સુચના ૧—જો એકમના અંકનો ગુણાકાર એકજ અંક આવે તો દશક સ્થળે શુન્ય મુકવી.

દા. ૪૧×૧૮; ૭૫×૨૩; ૮૨×૩૩

૪૧	૭૫	૮૨
૧૮	૨૩	૮૩
૪૦૮	૧૪૧૫	૬૪૦૬
૩૩	૧૦	૪૦
૭૩૮	૨૧	૬૮૦૬
	૧૭૨૫	

૨૩) મોંઢે ગમે તેવી રકમોનો ગુણાકાર કરવાની રીતી. આ રીતી નીચેના દાખલા ઉપરથી સમજાશે.

દા. ૩૫૩×૪૪૩; ૫૬૭૫×૬૩૪ નો ગુણાકાર કરો.

અ ૩૫૩	એકમ ૯		= ૯
૪૪૩	દશક ૧૫+૧૨		= ૭
૧૫૬૩૭૯જ.	સતક ૨+૯+૨૦+૧૨	= ૩	∴ ૧૫૬૩૭૯જ.
	સહસ્ત્ર ૪+૧૨+૨૦	= ૬	
	દશસહસ્ત્ર ૩+૧૨	=૧૫	

```
ન  ૫૬૭૯
    ૬૩૪
--------
૩૬૦૦૪૮૬. એકમ  ૩૬              = ૬
          દશક  ૩+૨૮+૨૭         = ૮
          સતક  ૫+૨૪+૨૧+૫૪      = ૪
          સહસ્ર ૧૦+૨૦+૧૮+૪૨    = ૦  ૩૬૦૦૪૮૬જ.
        દશસહસ્ર ૯+૧૫+૩૬        = ૦
          લક્ષ  ૬+૩૦           =૩૬
```

ઉપરના દાખલા કરવામાં ખુબી એજ છે કે ગુણ્યનો દરેક અંક ગુણકના જેટલા અંક હોય તે અંકોએ ગુણવો જોઇએ!

ઉપર થયેલા પહેલા દાખલાની રીતી ઉપરથી માલમ પડશે કે ગુણકના એકમ, દશક અને સતક અંકોથી ગુણ્યના સઘળા અંકોનો ગુણાકાર થયેલો છે.

હવે ગુણાકારમાં (જવાબમાં) એકમ સ્થળમાં એકમ અંકોનો ગુણાકાર મૂકવો દશક સ્થળમાં ગુણ્યના એકમ અંક સાથે ગુણકના દશક અંક અને ઉલટ સુલટ ગુણાકાર અને વિઘાનો સરવાળો બરોબર છે.

સતક માટે એકમ અંક × સતક અંક + સતક × એકમ અંક + દશક × દશક અંક + વિધ્યાના સરવાળા બરાબર અને એ પ્રમાણે આગળ કર્યા જવું જે ઉપરના બે દાખલાથી માલમ પડશે.

(૨૪) બીજી ટુંકી ગુણાકાર કરવાની રીતી.

```
   ૧૨૭૫              ૧૨૭૫
    ૧૫૩               ૩૧૫
  ------            ------
   ૩૮૨૫              ૩૮૨૫
 ૧૯૧૨૫             ૧૯૧૨૫
 -------           -------
 ૧૯૫૦૭૫            ૪૦૧૬૨૫
```

ઉપરના દાખલામાં પ્રથમ આપણે ૩ ગુણીયે છીએ ને જે આવે તેને ૫ ગુણી પછીથી સરવાળો કરવાથી જવાબ આવે છે. આવા દાખલામાં વિદ્યાર્થીઓને બુદ્ધિ અજમાવવાની છે.

વર્ગ કરવાની ટુંકી રીતી.

રીતી—૧ જો બે અંકની સંખ્યાનો વર્ગ કરવાનો હોય તો તેજ રકમમાંથી એક વખત એકમ સ્થળનો અંક બાદ કરવો અને એ એક વખત ઉમેરવો આમ કરતાં જે સંખ્યાઓ આવે તેમનો ગુણાકાર કરીને તેમાં બાદ વા ઉમેરેલા અંકનો વર્ગ જોડી દેવો.

દા. ૫૫ નો વર્ગ શું થશે.

૫૫−૫=૫૦;   ૫૫+૫=૬૦

૬૦×૫૦=૩૦૦૦ $+(૫)^2$=૩૦૨૫ જવાબ.

ત્રણ વા તેથી વધારે અંકની સંખ્યા હોય તો કેમ વર્તવું તે નીચેના દાખલા ઉપરથી માલુમ પડશે.

દા. ૨) ૩૫૫ નો વર્ગ શું થશે.

૩૫૫−૫૫=૩૦૦.

૩૫૫+૫૫=૪૧૦. ૪૧૦×૩૦૦=૧૨૩૦૦૦+ $(૫૫)^2$

=૧૨૩૦૦૦+૩૦૨૫=૧૨૬૦૨૫ જ.

દા. ૩) જો કોઇ રકમને છેડે ૨૫ હોય ને તેનો વર્ગ કરવો હોય તો તે રકમમાં જેટલાઓ હોય તેનુ અર્ધ કરીને જે આવે તે તેના વર્ગમાં ઉમેરવા. ને તેના ઉપર ચાર શુન્ય ચઢાવી જે આવે તેમાં ૬૨૫ જે ૨૫ નો વર્ગ છે તે ઉમેરવા.

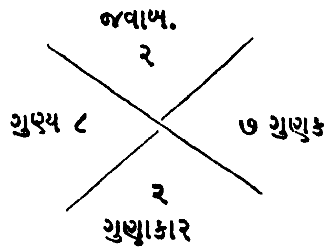
દા. ૧૨૨૫ નો વર્ગ શું થશે.

$\frac{૧૨}{૨}$=૬$+(૧૨)^2$ =૬+૧૪૪=૧૫૦ જે આગળ ચાર શુન્ય મૂકી તેમાં ૬૨૫ જોડવા. ૧૫૦૦૦૦૦ + ૬૨૫ = ૧૫૦૦૬૨૫.

ગુણાકારનો તાળો મેળવવાની રીતી.

રીતી ૧—ગુણ્ય અને ગુણક અંકોના સરવાળામાંથી નવ જેટલી વખત કઢાય તેટલી વખત કાઢી બાકી રહે તે જુદા મૂકવા. આ જુદા મૂકેલા અંકોનો ગુણાકાર કરીને તેમાંથી જેટલી વખત નવ નીકળે તે કાઢી જે બાકી રહે તેની બરોબર જો ગુણાકારના અંકના સરવાળામાંથી નવ કાઢતાં રહે તે થાય તો જાણવું કે ગુણાકાર ખરો છે.

દા. ૫૬૭૮
　　 ૩૭૬
────
 ૩૪૦૬૮
 ૩૯૭૪૬
૧૭૦૩૪
────
૨૧૩૪૯૨૮



૫+૬+૭+૮=૨૬/૯=૮ ગુણ્ય

૩+૭+૬=૧૬/૯=૭ ગુણક

ગુણ્ય×ગુણક=૮×૭=૫૬/૯=૨

૨+૧+૩+૪+૯+૨+૮=૨૯/૯=૨ જવાબ. ∴ દા. ખરો છે.

રીતી ૨—ગુણાકાર÷ગુણક=ગુણ્ય; જે આવે તે આવેલી રકમની બરાબર થાય તો જાણવું કે ગુણાકાર ખરો છે.

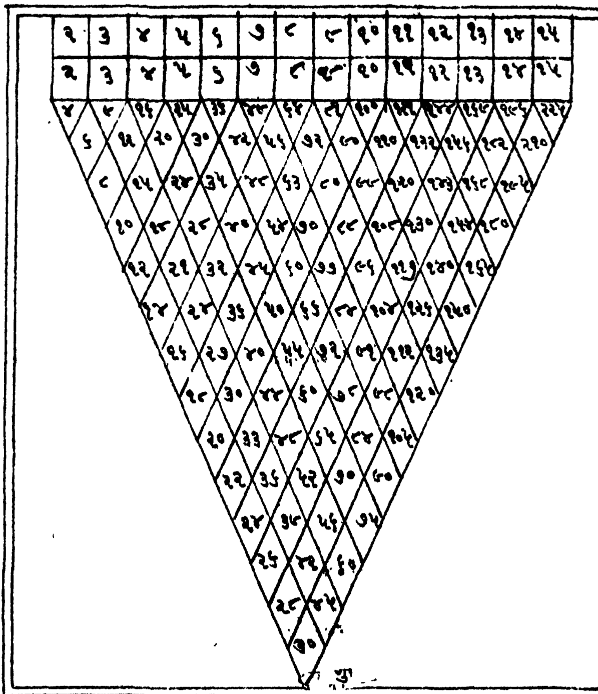
દા.) ૫×૬ નો ગુણાકાર શો થશે.

૫×૬=૩૦　　ગુણાકાર=૩૦ / ગુણક=૬ =૫. જે આવેલી રકમ ગુણ્યની બરાબર છે.

ગુણાકાર અને બાદબાકી સાથે થઇ શકે.

દા. ૫૯૫૪ માંથી ૩૫૩×૮ બાદ કરો.

ગુણાકાર ત્રિકોણ નં. ૧



આ ત્રિકોણમાં અમુક સંખ્યાને અમુકે ગુણવાથી શું આવે છે. તે ગોઠવીને તૈયાર કરેલ છે. આવી રીતનાં કોઠાઓ ઘણાં ઉપયોગી છે તેટલુંજ નહીં પરંતુ તેને ગોઠવી તૈયાર કરતાં શીખીને તેનો ઉપયોગ કરતાં આવડે તો વ્યવહારોપયોગી ઘણીક બાબતોમાં તે કીમતી મદદ રૂપ થઈ પડે.

१०	२														
२०	४०	३													
३०	६०	९०	४												
४०	८०	१२०	१६०	५											
५०	१००	१५०	२००	२५०	६										
६०	१२०	१८०	२४०	३००	३६०	७									
७०	१४०	२१०	२८०	३५०	४२०	४९०	८								
८०	१६०	२४०	३२०	४००	४८०	५६०	६४०	९							
९०	१८०	२७०	३६०	४५०	५४०	६३०	७२०	८१०	१०						
१००	२००	३००	४००	५००	६००	७००	८००	९००	१०००	११					
११०	२२०	३३०	४४०	५५०	६६०	७७०	८८०	९९०	११००	१२१०	१२				
१२०	२४०	३६०	४८०	६००	७२०	८४०	९६०	१०८०	१२००	१३२०	१४४०	१३			
१३०	२६०	३९०	५२०	६५०	७८०	९१०	१०४०	११७०	१३००	१४३०	१५६०	१६९०	१४		
१४०	२८०	४२०	५६०	७००	८४०	९८०	११२०	१२६०	१४००	१५४०	१६८०	१८२०	१९६०	१५	
१५०	३००	४५०	६००	७५०	९००	१०५०	१२००	१३५०	१५००	१६५०	१८००	१९५०	२१००	२२५०	१६
१६०	३२०	४८०	६४०	८००	९६०	११२[illegible]	[illegible]	१४४०	१६००	१७६०	१९२०	२०८०	२२४०	२४००	२५६०

રીતી ૧—૮×૩=૨૪ એ ૨૪માંથી ગયા તો શુન્ય રહી અને ચોવીસની વિધ્યા બે આવી. ૮×૫=૪૦+૨=૪૨ તે ૪૫ માંથી ગયા તો ૩ રહ્યા અને આગળ વિધ્યા ૪ આવી. ૮×૩=૨૪+૪=૨૮ તે ૫૯ માંથી ગયા તો ૩૧ વધ્યા આવી; જે આગળ બાદ કરવાને અંક ન હોવાથી મૂકી દેવા જે જવાબ.

૫૯૫૪
૩૫૩
૮
૩૧૩૦

દા. ૨) ૨૨૬૭૪ તેમાંથી બાદ ૯૮૭×૧૩

૨૨૬૭૪
૯૮૭
૧૩
૯૮૪૩

૧૩×૭=૯૧ જે ૯૪માંથી જતાં ૩ રહે ને વિધ્યા ૯. ૧૩×૮=૧૦૪+૯=૧૧૩ જે, ૧૧૭ માંથી જતાં ૪ રહી ને વિધ્યા ૧૧ આવી. ૧૩×૯=૧૧૭+૧૧=૧૨૮, જે ૨૨૬ માંથી જતાં ૯૮ આવે તે મૂકીદેવા કારણ કે હવે બીજા અંક બાદ કરવાના નથી.

ત્રણ અને નવ અંકની ખુબી.

૧×૯= ૯ = ૯=૯	૨×૯=૧૮=૧+૮=૯
૩×૯=૨૭=૨+૭=૯	૪×૯=૩૬=૩+૬=૯
૫×૯=૪૫=૪+૫=૯	૬×૯=૫૪=૫+૪=૯
૭×૯=૬૩=૬+૩=૯	૮×૯=૭૨=૭+૨=૯
૯×૯=૮૧=૮+૧=૯	૧૦×૯=૯૦=૯+૦=૯

(૧) આમાં ખુબી એ છે કે ૯ ને પાંચે ગુણ્યા બાદ આગળ ગુણાકાર કરતાં જે ગુણાકાર આવે છે તેમના અંકોનો અનુક્રમ ઉલટો થતો જાય છે જેમકે.

૯×૫=૪૫=૪+૫=૯ અને ૯×૬=૫૪=૫+૪=૯

(૨) બીજી ખુબી એછેકે દરેક અંકને ૯ ગુણીને ગુણાકારના અંકોનો સરવાળો કરશો તો માલમ પડશે કે તે દરેકમાં સરવાળો નવજ થાય છે.

ઉપર પ્રમાણે ત્રણ અંકને માટે છે પણ તેમના અંકોનો સરવાળો ત્રણ વા ત્રણથી તેનો કોઇ પણ રીતે નિઃશેષ ભાજ્ય થાય તેવો અંક આવે છે.

૧×૩= ૩=૩=૩ ૨×૩=૬=૬=૬ જે ત્રણથી બમણા છે.

૩×૩= ૯=૯=૯ જે ત્રણથી ત્રમણા છે.

૪×૩=૧૨=૧+૨=૩

૫×૩=૧૫=૧+૫=૬ જે ત્રણથી બમણા છે.

૬×૩=૧૮=૧+૮=૯ જે ત્રણથી ત્રમણા છે.

૭×૩=૨૧=૨+૧=૩

૮×૩=૨૪=૨+૪=૬ જે ત્રણથી બમણા છે.

૯×૩=૨૭=૨+૭=૯ જે ત્રણથી ત્રમણા છે.

૧૦×૩=૩૦=૩+૦=૩

આમાં ખુબી એ છે કે અંકોનો સરવાળો ૩, ૬, ૯, આ અનુક્રમે થતો જાય છે અને તે અનુક્રમ આગળ ઉપર પણ સચવાયલો છે એમ માલૂમ પડે છે.

ઉપરનાં બે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી અને નીચેના દાખલા ઉપરથી માલમ પડશે કે વિદ્યાર્થીઓને હિસાબી કામમાં તેમજ ગુણાકાર કરવામાં મહેનત અને વખત બચે તેમ કરવાને કેટલી તરફ ધ્યાન રાખવું જોઇએ? અને આ પ્રમાણે શરૂઆતથી ટેવ પાડી હોય તો આગળ ઉપર ઘણો લાભ થવાનો સંભવ છે.

દા. ૧) ૧૫×૧૨=(૧૫×૧૦)+(૧૫×૨)=(૧૫×૮)+(૧૫×૪)=૧૫×૪×૩=૧૫×૨×૬=૧૫×૮×$\frac{૩}{૨}$=૧૮૦.

દા. ૨) ૧૫×૧૯ =૧૫×૨૦−૧૫×૧=૩૦૦−૧૫=૨૮૫ જ. તેમજ ૧૫×૧૯=૧૫×૧૦+$\frac{૧૫×૧૦}{૨}$+૧૫×૪ = ૧૫૦+૭૫+૬૦=૨૮૫ જવાબ.

ભાગાકાર.

બાદબાકીની ટુંકી રીતીને અથવા કોઇ રકમમાં અમુક રકમ કેટલી વખત સમાયલી છે તે જાણવાની રીતીને ભાગાકાર કહેછે.

જે રકમને ભાગવાની હોય તેનું નામ ભાજ્ય, જે વડે ભાગવાની હોય તેનું નામ ભાજક, અને જે જવાબ આવે તેનું અથવા આખી કૃતીનું નામ ભાગાકાર કહેવાય છે. અને જે બાકી વધે તેને શેષ કહે છે.

ભાગાકાર કરવાની રીતી.

કોઈ રકમને અમુક રકમે ભાગવી હોય તો મોટી રકમને બે કૌંસની વચમાં મૂકવી અને નાની રકમને મોટી રકમની ડાબી બાજુએ મૂકવી. ભાજ્યની ડાબી તરફના અંકમાંથી,ભાજક બાદ જાય એટલા અંક લેવા. તે અંકોમાંથી જેટલીવાર ભાજક બાદ જતા હોય તે અંકને ભાગાકારમાં લખવો; પછીથી તે ભાગાકારના અંકે ભાજકને ગુણીને જે ગુણાકાર આવે તે ભાજ્યસંખ્યાના લીધેલા અંકોમાંથી બાદ કરવો. પછી બાકી રહેલા અંકો ઉપર ભાજ્યનો એક આગળનો અંક ચઢાવવો. ને પછી તેમાંથી ભાજક જેટલી વાર બાદ જતો હોય તે અંક ભાગાકારમાં પહેલાં અંક મૂકેલો હોય તેની સાથે બીજો અંક મૂકવો અને તે અંકે ભાજકને ગુણીને જે ગુણાકાર આવે તે નવા ભાજ્યના અંકોમાંથી બાદ કરવો. જો એ અંકોમાંથી ગુણાકાર બાદ ન જતો હોય તો ભાગાકારમાં શુન્ય મૂકવું અને નીચે જે આંકડા હોય તેના ઉપર એક બીજો અંક ચઢાવવો. એ પ્રમાણે બધા અંક પુરા થાય ત્યાં સુધી કરતા જવું. છેવટે જે વધે તે શેષ જાણવા.

દા. ૫૬૮૫૪ ને ૨૯૫ ભાગેા.

```
૨૯૫) ૫૬૮૫૪ ( ૧૯૨ ભાગાકાર.
     ૨૯૫
     ----
     ૨૭૩૫          ૨૫૪ શેષ.
     ૨૬૫૫
     ----
     ૦૦૮૪૪
       ૫૯૦
       ---
       ૨૫૪
```

૧) જો કાેઇ સંખ્યાને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦ વિગેરેથી ભાગવી હાેય તાે તે રકમની જમણી તરફથી અનુક્રમે એક, બે, ત્રણ એમ જેટલાં મીડાં હાેય તેટલા અંકાે કાપવા એટલે ભાગાકાર થયાે. જે કાપેલી રકમાે બાકી રહે તેનું નામ શેષ જાણવું.

દા. ૧) ૨૨૬૭૫ ભાગ્યા ૧૦૦=૨૨૬·૭૫ આમ બે મીડાંના બે આંકડા કાપી મુકવા અને ત્યાં ચિન્હ મુકવું. ચિન્હની જમણી તરફના ૭૫ તે શેષ રહ્યા અને ડાબી તરફના ૨૨૬ એ ભાગાકાર થયાે.

દા. ૨) ૩૨૩૪૫૭૮÷૧૦૦૦

	ભાગાકાર.	શેષ.
૩૨૩૪·૫૭૮	૩૨૩૪	૫૭૮

દા. ૩૭૫૪÷ ૭૦૦ ∴ ૭૦૦) ૩૭૫૪ બે મિડાં કાપ્યાં. ∴ ૩૭. ૫૪ હવે ૩૭ ને ૭ થી ભાગ્યા ∴ ૫·૨ અને પહેલાં ૫૪ સાથે મૂકવા. ∴ ૫·૨૫૪ જવાબ.

(૩) જો કાેઇ સંખ્યાને, ૫, ૧૫, ૩૫, અથવા ૪૫ ભાગવાના હાેય તાે તે સંખ્યાને ૨ ગુણીને ૧૦, ૩૦, ૭૦, ૯૦ એ અનુક્રમે ભાગવા. ને જે બાકી રહે તેને ૨ ભા-

ગવા કે જેથી ખરા શેષ માલમ પડી આવે.

૭૫÷૩૫ .·. ૭૫×૨=૧૫૦÷૩૫×૨=૧૫૦÷૭૦=૨ ભાગાકાર; ને બાકી રહેલા ૧૦÷૨=૫ શેષ .·. જ. ૨ અને ૫ શેષ.

(૪) જો કોઇ રકમને ૧૨૫ વા ૬૨૫ ભાગવાના હોય તો તે રકમને ૮ વા ૧૬ ગુણીને ૧૦૦૦ વા ૧૦૦૦૦ ભા.

દા. ૮૮૯૨૫÷૧૨૫ .·. ૮૮૯૨૫×૮÷૧૦૦૦=૭૧૧૪૦૦÷૧૦૦૦=૭૧૧ અને ૫૦ શેષ જવાબ.

(૬) જો કોઇ સંખ્યાને, ૯, ૯૯, ૯૯૯, ૯૯૯૯ ભાગવાના હોય તો નીચેનો નિયમ ઉપયોગમાં લેવો.

નિયમ ૧. નવની બનેલી કોઇ સંખ્યાએ ગને તે સંખ્યાને ભાગવા હોય તો સંખ્યામાં જેટલા નવડા હોય તેટલા અંક જમણી તરફથી ભાજ્યના કાપી નીચેના હિસાબ પ્રમાણે મૂકવા.

દા. ૨૫૨૭૨૮૯૧૯૭૮૯૮૬૮૫૮૪૨÷૯૯૯ છે તો ભાગવાની રકમને ત્રણ નવડાની રકમે ભાગવાની છે માટે ત્રણ ત્રણ આંકડા કાપીને ભાજ્ય રકમ મૂકવી.

જેમકે ૨૫૨૭૨૮૯૧૯૭૮૯૮૬૮૫૮૪૨ છે.

તેમાંથી ત્રણ અંક કાપીને તે રકમ મૂકવી. પછીથી જે બાકી રહ્યા તે ઉભી લીટી દોરી તેની જમણી તરફ મૂકવા. આ પ્રમાણે જ્યાં સુધી ત્રણ ત્રણ અંક નીકળી શકે ત્યાં સુધી આગળ કર્યા જવું. આ પ્રમાણે મૂકયા બાદ બન્નેનો સરવાળો કરવો,

૨૫૨૭૨૮૯૧૯૭૮૯૮૬૮૫	૮૪૨
૨૫૨૭૨૮૮૧૯૭૮૯૮	૬૮૫
૨૫૨૭૨૮૯૧૯૭	૮૯૮
૨૫૨૭૨૮૯	૧૯૭
૨૫૨૭	૨૮૯
૨	૫૨૭
૦	૨
૨૫૨૯૮૧૯૦૧૬૯૧૫૫૯૮	૪૪૦
વિઘા આવીને ૩	વિઘા ૩
૨૫૨૯૮૧૯૦૧૬૯૧૫૬૦૧	૪૪૩
જ. ભાગાકાર.	શેષ.

ને જે બાકી રહેલા હોય તેમની વિધ્યા આવે તેભાગાકારના સરવાળામાં નાંખવી તેમજ શેષના સરવાળામાં પણ નાંખવી જે આવે તે જવાબ. જમણી તરફ રહે તે શેષ અને ડાબી તરફનો ભાગાકાર.

દા. ૨) ૫૬૫૪÷૯૯ આ દાખલામાં બે આંકડાએ ભાગવાના છે. માટે બે આંકડા કાપીને મુકવા—હવે, ૫૬૫૪ અને ૦ ૫૬ એ બે રકમનો સરવાળો કરવો—૫૬–૧૦+૧ વિધ્યા ઉમેરી તો ૫૭–૧૧ શેષ જવાબ.

દા. ૩) ૫૫૬૪૭૮.૭૮÷૯૯૯૯.

ચાર અકની સંખ્યાએ ભાગવાના છે માટે આંકડા કાપીને ઉપર પ્રમાણે વર્તવું.

૫૫૬૪ | ૪૮૭૮+૦ | ૫૫૬૪=૫૫૫૪ | ૦૪૪૨+૧ ૧=૫૫૬૫—૪૪૩ શેષ જવાબ.

અમુક સંખ્યાને કેટલાથી નિ:શેષ ભગાશે તે જાણવાની રીતી.

(૧) બધીસંખ્યાને એકે ભગાશે (૨) જો સંખ્યાને છેડે શુન્ય આવ્યું હોય વા છેલ્લો અંક બેકી હોય તો તેને ૨ નિ:શેષ ભગાશે. દા. ૩૫૦; ૩૫૪ (૩) જે સંખ્યાના બધા અંકોના સરવાળાને ૩ અથવા ૯વડે ભગાય તો તેને એટલે તે સંખ્યાને પણ ત્રણ વા નવે ભગાશે. દા. ૩૪૨÷ ૩ વા ૯ જેથી ૧૧૪ વા ૩૮ જ. (૪) જ્યારે સંખ્યાના છેલા બે અંકોની સંખ્યાને ૪ ભગાય તો તે આખી સંખ્યાને ૪ ભાગી શકાય (૫) જ્યારે સંખ્યાનો છેલ્લો અંક ૦ વા ૫ હોય તો તે સંખ્યાને ૫ ભાગીશકાય દા. ૩૪૫, ૪૫૦, ૨૨૫; (૬) જે રકમને ૨ અને ૩ ભાગી શકાય છે તેને

૬ નિઃશેષ ભાગીશકાય. જેમકેઃ—૧૮ આ સંખ્યાને ૧૮ ÷૨=૯ તેમજ ૧૮÷૩=૬.∵.૧૮÷૬=૩જ. (૭) કોઇ રકમને ૭, ૧૧, ૧૩ એ ભાગીશકાશે નહીં તે જાણવા સારૂં નીચેનો નિયમ છે.

આપેલી સખ્યાને જમણી ગમથી ડાબીગમ તરફ ગણતાં ગણતાં ત્રણ ત્રણ અંકનાં જેટલાં બને તેટલાં જોડકાં પાડવાં. પછીથી ૧+૩+૫ એવી રીતે એકી જોટકાં તેમજ બેકી જોટકાંના એટલે ૨+૪+૬ નો સરવાળો કરીને જે સરવાળો વધારે આવે તેમાંથી નાની રકમ બાદ કરવી ને જે બાકી રહે તેને જો ૭, ૧૧, ૧૩ ભગાય તો આખી સંખ્યાને પણ ૭, ૧૧, ૧૩ ભગાશે—દાખલો— ૬૩૪-૫૨૪૧૩૯૩૫૮ ને ૭, ૧૧, ૧૩માંથી કઇ રકમ ભગાશે.

૪ ૩ ૨ ૧

૬૩૪ ૫૨૪ ૧૩૯ ૩૫૮

૧+૩=૩૫૮+૫૨૪=૮૮૨; ૨+૪=૧૩૯+૬૩૪=૭૭૩

૮૮૨ બાદબાકી

૭૭૩

૭) ૧૦૯

૧૭ નિઃશેષ ભગાય છે માટે તે આખી રકમને ૭ નિઃશેષ ભગાશે. પણ ૧૧ અને ૧૩ નથી ભગાતા માટે આખી રકમને પણ નિઃશેષ નહીં ભગાય.

(૮) જ્યારે સંખ્યાના છેલ્લા ત્રણ અંકની બનેલી સંખ્યાને જો ૮ ભગાય તો તે આખી સંખ્યાને ૮ નિઃશેષ ભગાય જો સંખ્યાને છેડે ૦૦ શુન્ય હોય તો પણ ૮ નિઃશેષ ભગાશે.

(૯) જો સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને ૯ ભગાયતો તે સંખ્યાને પણ ૯ ભગાય.

(૧૦) જો સંખ્યાને છેડે એકજ મીંડું હોયતો તેને ૧૦ ભગાય.

(૧૧) સંખ્યાના સમઅને વિસમ એટલે બેકી અને એકી સ્થળોના અંકના સરવાળાના એતર જો શુન્ય હોય વા ૧૧ નિઃશેષ ભાગ જાય તેવું હોયતો તે આખી સંખ્યાને ૧૧ નિઃશેષ ભાગશે.

દા. ૭૨૨૮૧૨૪૨૫૨૬૩૮૩૧૧ ને નિઃશેષ ભાગશે ?

૧+૩+૩+૨+૭+૧+૮+૨=૨૩
૧+૮+૬+ +૪+૧+૨+૭=૩૪ ∴ ૩૪−૨૩=$\frac{૧૧}{૧૧}$=૧

માટે આખી રકમને ૧૧ ભગાશે $\frac{૭૨૨૮૧૨૪૫૭૬૩૮૩૧૧}{૧૧}$ = ૬૫૭૧૦૨૨૦૪૭૮૫૩૦૧જ.

૧૨) જો કોઈ સંખ્યાને ૭ અને ૧૧ ભગાયતો ૭૭ ભગાયજ તેમજ ૧૩ અને ૧૧ ભગાયતો ૧૪૩ ભગાશેજ.

સુચના ૧. અને આવી રીતે ઉપરના નિયમોઉપરથી સહેજ માલમ પડશે કે અવિભાજ્ય અંકો વા તેથી બનેલી સંખ્યા શિવાયના બાકીના સર્વે ભાજ્ય સંખ્યાથી વા અમુક અવિભાજ્ય સંખ્યાઓથી નિઃશેષ ભગાશે.

ભાગાકારનો તાળો મેળવવાની રીતી.

રીતી ૧ ભાજક તેમજ ભાગાકારના અંકોનો સરવાળો કરી તે દરેકમાંથી જેટલી વખત નવ નીકળે તેટલી વખત કાઢવાને બાકી રહે તે જુદા મૂકવા. હવે આ વધેલા અંકોનો ગુણાકાર કરવો ને તેમાંથી પણ નવ નીકળે તેટલી વખત કાઢી નાંખવા ને જે બાકી રહે તે જુદું રાખવું. હવે ભાજ્યમાંથી ને ભાગાકાર કરતાં વધ્યા હોયતે બાદ કરીને જે અંકો રહે તેમનો સરવાળો કરીને

નવ કાઢયા પછી જે બાકી રહે તે પ્રથમ બાકી રહેલા) ગુણાકાર કરીને નવ કાઢયા પછી) અંક બરોબર થાયતો જવાબ ખરો છે તેમ જાણવું.

૨૭૪)૩૪૬૫૬(૧૨૬ ભાજક ૨૭૪=૨+૭+૪=૧૩÷૯=૪
૨૭૪ ભાગાકાર ૧૨૬=૧+૨+૬= ૯÷૯=૦
૭૨૫
૫૪૮ ૪ ╳ ૦=૦જુદારાખી મૂકયા.
૧૭૭૬
૧૬૪૪ ભાજ્ય. ૩૩૬૫૬
૧૩૨ ૧૩૨ શેષ રહ્યા તે બાદ કર્યા.

૩૪૫૨૪=૩+૪+૫+૨+૪=૧૮
તેમાંથી નવડા કાઢી નાંખતાં ૦ રહેછે.

જે જુદા મૂકેલા અંક ૦ ની બરોબર છે માટે જવાબ ખરો છે.

રીતી ૨ ભાજક અને ભાગાકારનો ગુણાકાર કરવો ને તેમાં જે શેષ વધે તે ઉમેરવા જે આવે તે ભાજ્યની બરોબર થાય તો જાણવું કે જવાબ ખરો છે.

ભાજક × ભાગાકાર + શેષ = ભાજ્ય.

દા. ૭૫÷૯= ૮ ભાગાકાર. ૩ શેષ.

∴ ૮×૯+૩ શેષ=૭૫ ભાજ્ય. જેથી જવાબ ખરો છે.

ગણિત ત્રિકોણ.

			૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	
क	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	ख
	ग	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	घ
			૧	૩	૬	૧૦	૧૫	૨૧	૨૮	૩૬	
				૧	૪	૧૦	૨૦	૩૫	૫૬	૮૪	
					૧	૫	૧૫	૩૫	૭૦	૧૨૬	
						૧	૬	૨૧	૫૬	૧૨૬	
							૧	૭	૨૮	૮૪	
								૧	૮	૩૬	
									૧	૯	
										૧	
										च	

ગણિત ત્રિકોણ બનાવવાની રીતી.

कख અને **कच** વાળાં ખાનામાં એકમ અંકો મૂકવા. પછી પાસેના ખાનામાં પાસેનાજ ખાનાના ઉપર નીચેના અંકોનો સરવાળો મૂકવો. જેમકે ૧+૧=૨, ૨+૧=૩ બીજી હારમાં ત્રાજી હારમાં ૨+૧=૩, ૩+૩=૬, ૪+૬=૧૦ &c. અને આ પ્રમાણે બધાં ખાનાં પુરી નાંખવાં.

આ ત્રિકોણની ખુબી નીચે પ્રમાણે છે.

(૧) પહેલી ખુબી એ છે કે પહેલી હારમાં અનુક્રમ અંકો આવેલા છે. બીજી હારમાં ત્રિકોણ અંકો છે અને ત્રીજી હારમાં પહેલા પ્રકારના પંચકોણ અંકો છે અને ચોથીમાં બીજા પ્રકારના પંચકોણ અંકો છે અને એવી રીતે જુદા જુદા પ્રકારના અંકો આવેલા છે.

(૨) બીજી ખુબી એ છે કે આડી હારનાં ખાનામાં જે અંકો આવેલા છે તેજ અંકો કરણહારના ખાનામાં આવેલા છે. એટલે કે **कख** માં જે અંકો આવેલા છે તેજ અંકો **कच** માં છે તેમજ **ग घ** માં જે છે તેજ બીજી કરણહારમાં છે. ને તેજ પ્રમાણે બીજી હારોમાં છે.

(૩) ત્રીજી ખુબી એ છે કે ઉભી હારનાં ખાનાંમાં એલજીબ્રાના બાયનોમીયલના કોએફીશન્ટ આવેલા છે. એટલે કે ત્રીજી હારમાં $(\text{अ}+\text{ब})^2$ ના કોએફીશન્ટ છે. ચોથી હારમાં $(\text{अ}+\text{ब})^3$ ના કોએફીશન્ટ છે અને પાંચમી હારમાં $(\text{अ}+\text{ब})^4$ ના કોએફીશન્ટ છે એને એ પ્રમાણે આગળ કરતા જવું.

(૪) ચોથી ખુબી એ છે કે ઉભી ત્રીજી ચોથી પાંચમીનો સરવાળો તે બેનો વર્ગ, ઘન, ચતુર ઘાત, વગેરે અનુક્રમે છે.

अक्षर गणित.

(૧) $(\text{अ}+\text{ब})^2=\text{अ}^2+2\,\text{अब}+\text{ब}^2$

(૨) $(\text{अ}-\text{ब})^2=\text{अ}^2-2\,\text{अब}+\text{ब}^2$

(૩) $(\text{अ}+\text{ब})\,(\text{अ}-\text{ब})=\text{अ}^2-\text{ब}^2$

આનાં કોએફીશન્ટ ગણિત ત્રિકોણના મથાળે આપેલા પ્રથમ (૨) ની નીચેના ખાનામાં માલમ પડશે.

(४) $(अ+ब)^{३}=अ^{३}+३अ^{२}ब+३अब^{२}+ब^{३}=अ^{३}+ब३+अब(अ+ब)$. (५) $(अ+ब+क)^{३}=अ^{३}+ब^{३}+क^{३}+३अ^{२}(ब+क)+३ब^{२}(अ+क)+३क^{२}(अ+ब)+६अबक$. (६) $(अ-ब)^{३}=अ^{३}-३अ^{२}ब+३अब^{३}-ब^{३}=अ^{३}-ब^{३}-३अब(अ-ब)$ (७) $अ^{३}+ब^{३}=(अ+ब)^{३}-३अब(अ+ब)=(अ+ब)(अ^{२}-अब+ब^{२})$ (८) $अ^{३}-ब^{३}=(अ-ब)^{३}+३अब(अ-ब)=(अ-ब)(अ^{२}+अब+ब^{२})$. (९) $(क्ष+अ)(क्ष+ब)=क्ष+\cdot(अ+ब)क्ष+अब$. (१०) $(क्ष-अ)(अ+ब)=क्ष^{२}+(ब-अ)क्ष-अब$. (११) $(क्ष-अ)(क्ष-ब)=क्ष^{२}(अ+ब)क्ष+अब$. (१२) $(अ+ब+क)^{२}=अ^{२}+ब^{२}+क^{२}+२अब+२अक+२बक$. (१३) $(अ+ब)^{४}$. $(अ+ब)^{५}$. $(अ+ब)^{७}$. $(अ+ब)^{५}$. $(अ+ब)^{६}$. $(अ+ब)^{८}$.

આને માટે ગણિત ત્રિકોણમાં સૌથી ઉપર આપેલા અંકોની નીચેના ખાનામાં આપેલા કોઇ ફીશન્ટનો ઉપયોગ કરવો ને એક અક્ષરની પાવર ઉતરતા જવું અને બીજાની ચઢતા જવું.

(१४) $(क्ष-अ)(क्ष-ब)(क्ष-क)=क्ष^{३}-(अ+द+क)क्ष^{२}+(अब+अक+बक)क्ष-अबक$.

(१५) $अ^{३}+$[illegible]$+क^{३}-३अबक=(अ+ब+क)(अ^{२}+ब^{२}+क^{२}\ अब\ अक-बक)$

ઉપયોગી.

(१) $अ^{न}-ब^{न}$ તેને $अ-ब$ હમેશાં ભાગેછે. } નીઃશેષ.
$अ^{न}+ब^{न}$ તેને $अ-ब$ કદી ભાગી શકતો નથી. }

(२) $अ^{न}-ब^{न}$ ને $अ-ब$ જ્યારે न ની કીમત બેકી હોયછે ત્યારે નીઃશેષ ભાગી શકે છે. અને $अ^{न}+ब^{न}$ ને $अ+ब$ જ્યારે न ની કીમત એકી હોય ત્યારેજ નીઃશેષ ભાગી શકે છે.

(૧) $अ^{४}+अ^{२}ब^{२}ब^{४}$ નાં અવયવ કાઢો.

$$=(अ^{४}+२अ^{२}ब^{२}+ब^{४})-अ^{२}ब^{२}$$

$$=(अ^{२}+ब^{२})^{२}-(अब)^{२}$$

$$=(अ^{२}-अब+ब^{२})(अ^{२}+अब+ब^{२})$$

(૨) $अ^{४}+४$ નાં અવયવ કાઢો

$$=(अ^{४}+४अ^{२}+४)-४अ^{२})$$

$$=(अ^{२}+२)^{२}-(२अ^{२})$$

$$=(अ^{२}+२अ+२)\ (अ^{२}-२अ+२$$ જવાબ.

વિવિધ પરિમાણો.

વિવિધ પરિમાણો ચાર જાતનાં છે. (૧) અર્થ. (૨) ભાર, (૩) મહત્વ, (૪) કામદર્શક.

(૧) અર્થદર્શક પરિમાણો.

અર્થ દર્શક પરિમાણો પદાર્થની કીમત બતાવે છે જેમકે, દમડી, પૈસા, રૂપીઆ, પૌંડ, શિલિંગ ઇત્યાદિ.

હિંદુસ્તાનમાં ચાલતાં નાણાંનું કોષ્ટક.
ઇંગ્રેજી અને દેશી નાણાનો સામાન્ય સરવાળો.

૧॥($1\frac{1}{2}$) પાઇ=૧ અર્ધો પૈસો.	૧ ફાર્ધીંગ=૨ પાઈ.
૩ પાઇ=૧ પૈસો	૧ પેન્સ=૮ પાઈ.
૪ પૈસા=૧ આનો.	૧ શીલીંગ=૮ આના.
૨ આના=૧ બે આની	૧ પૌંડ=૧૦ રૂપીઆ.
૪ આના=૧ પાવલી.	
૮ આના=૧ અર્ધો રૂપીઓ.	
૧૬ આના=૧ રૂપીઓ.	

વિલાયતી નાણાંનું કોષ્ટક.

૪ ફાર્થીંગ=૧ પેની.
૧૨ પેન્સ=૧ શિલિંગ
૨ શિલિંગ=૧ ફ્લોરિન,
૫ શિલિંગ=૧ ક્રાઉન
૨૦ શિલિંગ=૧ પૌંડ.
૨૧ શિલિંગ=૧ ગીની.

હિંદુસ્તાનમાં આગલા વખતમાં ચાલતા સોના નાણાનું કોષ્ટક.

૫ રૂપીઆ=૧ પુતળીયું   ૧૦ રૂપીઆનું અસ્તરીયું.
૧૦॥ ($૧૦\frac{૧}{૨}$) રૂ.=૧ ઘોડાગીની.

વેપારીઓમાં ચાલતું કોષ્ટક.

૧૬ બદામ=૧ દોકડો
૬। ($૬\frac{૧}{૪}$) દોકડા=૧ આનો
૧૦૦ દોકડા=૧ રૂપીઓ
૧૫ રૂપીઆ=૧ મોહોર.

સાધારણ તોલનું કોષ્ટક.   ભારદર્શક કોષ્ટક.

૨॥ ($૨\frac{૧}{૨}$) રૂપીઆભાર	=૧ અધોળ	ભારદર્શક પરિમાણથી કોઇ વસ્તુઓ લેવામાં કેટલી છે તે જણાય છે. દા. શેર, મણ, ખાન્ડિ વગેરે.
૫ " "	=૧ નવટાંક	
૪॥ $૪\frac{૧}{૨}$ પૈસા "	=૧ અધોળ	
૯ " "	=૧ નવટાંક	
૧૦ રૂપીઆ વા ૧૮ પૈસા"	=૧ પાશેર	

૨ નવટાંક=૧ પાશેર
૨ પાશેર=૧ અચ્છેર
૨ અચ્છેર=૧ શેર

સોનુ રૂપુ તોલવાનું કોષ્ટક.

૬ ચોખાભાર=૧ રતી
૩ રતી=૧ વાલ

૧૦ શેર=૧ તોલું
૪ તોલા } =૧ મણ
૪૦ શેર }
૫ મણ=૧ ફોથજો
૬॥ (૬½)મણ=૧ પલ્લુ
૭ મણનો=૧ નાનો હારો
૧૨ મણ=૧ માણી
૧૬ મણ=૧ કળશી
૨૦ મણ=૧ ખાંડી
૨૧ મણ=૧ મોટો હારો
૨૪ મણ=૧ ભાર
૩૦ મણ=૧ ગાલ્લી
૩૨ મણ=૧ એડીયું

૧૬ વાલ=૧ ગદીયાણો
૨ ગદીયાણા=૧ તોલો

મોતી તોળવાનું કોષ્ટક.

૧૬ આના=૧ રતી
૨૪ રતી=૧ ટાંક.

કપાસ તોળવાનું કોષ્ટક.

૪૮ શેર=૧ ધડી.
૨૦ ધડી=૧ ભાર=૨૪મણ

ઇંગ્રેજી ઔષધ તોળવાનું કોષ્ટક.

૨૪ ગ્રેઇન=૧ સ્કૃપળ ૩ સ્કૃપળ=૧ ડ્રામ ૮ ડ્રામ=આંસ ૧૧ આંસ=૧ પાઉન્ડ	એપોથેકરીઝ વેટ એમ આ પરિમાણ ઇંગ્રેજીમાં કહેવાય છે.

વિલાયતી સાધારણતોલ.

૧૬.ડ્રામ=૧ ઔંસ ૧૬ઔંસ=૧ રતલ(પૈાંડ) ૧૪પૈાંડ=૧ સ્ટોન. ૨૮પૈાંડ=ક્વાર્ટર ૪ક્વાર્ટર=૧ હંડ્રવેટં ૨૦હંડ્રવેટ=૧ ટન	આ તોલને "એવાર્ડુ-પાઇસ" વજન ઈંગ્રે-જીમાં કહે છે:

૨૪ ગ્રેન=૧ પેની વેટ ૨૦ પેનીવેટ=૧ ઔંસ ૧૨ ઔંસ=૧ પાઉન્ડ =૫૭૬૦ ગ્રેન	આ તોલને વિલાયતમાં મુખ્ય ટ્રોય વજન આએ વજન છે કહે છે. જેમાં એવાર્ડુ પાઇસ પાઉન્ડ તે

૭૦૦૦ ગ્રેનનો છે અને ટ્રોય તે ૫૭૬૦ ગ્રેનનો છે ટ્રોય વજનથી સોનુ, રૂપુ, હીરામાણેક જવાહીર અને કીમતીધાતુ વેચાય છે. બાકીની બધી ચીજ એવોર્ડુપાઇસ પાંડે વેચાયછે.

ભરીને તથા ગણીને વેચવાનાં પરિમાણો.

૪ જીલ્સનો = ૧ પૈન્ટ.	૮ બુશલ = ૧ ક્વારટર.
૨ પૈન્ટ = ૧ક્વાર્ટ.	૫ ક્વારટર = ૧ લોડ.
૪ ક્વાર્ટસ = ૧ ગ્યાલન (૨૭૭. ૨૭૪ ઘનઇચ)	૫૩ ગેલન = ૧ હોગઝેડ.
	૮૪ ગેલન = ૧ પચન.
૨ ગેલન = ૧ પેક.	૨ હોંગઝેડ = ૧ પૈપ(બટ)
૪ પેક = ૧ બુશલ.	૨ પૈપ = ૧ ટન.

મુંબઇમાં ચાલતું.

૨ ટીપરી = ૧ શેર.	૧૨ નંગનું = ૧ ડઝન.
૪ શેર = ૧ પાલી.	૨૦ નંગ = ૧ કોડી.
૧૬ પાલી = ૧ ફરો.	૧૨ ડઝન = ૧ ગ્રોસ.

નળીયાં, ઇંટો, પત્રાળાં વગેરે ૧૦૦૦ લેખે ગણાય છે.
પુળા વગેરે ૧૦૦ લેખે ગણાય છે.

ઇંગ્રેજી લુગડાં.	ઓષધને માટે.
૨¼ ઇંચ = ૧ નેઇલ.	૬૦ મીનીમ(ટીપાં)=૧ ડ્રામ.
૪ નેઇલ = ૧ ક્વારટર.	૮ ડ્રામ = ૧ ઔંસ.
૪ ક્વારટર = ૧ યાર્ડ.	૨૦ આંસ = ૧ પીન્ટ.
૧¼ યાર્ડ = ૧ એલ.	૮ પીન્ટ = ૧ ગેલન.

પ્રવાહી પદાર્થ માપવાને માટે.

૧ ટીસ્પુન ફુલ = ૧ ડ્રામ.
૧ ડેઝર્ટ સ્પુન ફુલ = ૨½ ડ્રામ.
૧ ટેબલસ્પુનફુલ = ૪ ડ્રામ.

મહત્વદર્શક.

લંબાઇ, પહોળાઇ, ઉંચાઇ વગેરે ભરવાનાં પરિમાણો મહત્વ દર્શક કહેવાય છે.

લંબાઇ માટે દેશી.	ઇંગ્રેજી.
૮ આડા જવ = ૧ આંગળ.	૧૨ ઇંચ = ૧ ફુટ.
૪ આંગળ = ૧ મુઠી.	૩ ફીટ = ૧ યાર્ડ.
૩ મુઠી = ૧ વેંત.	૫½ યાર્ડ = ૧ પોલ.
૨ વેંત = ૧ હાથ.	૪૦ પોલ = ૧ ફરલાંગ.
૪ હાથ = ૧ દંડ.	૮ ફરલાંગ=૧ માઇલ.
૨૦૦૦ દંડ = ૧ ગાઉ.	૧૭૬૦ યાર્ડ ૫૨૮૦ ફીટનો } =૧ માઇલ.
૪ ગાઉ = ૧ યોજન.	

દરીયામાં ઉંડાઇ માટે.

૫ ફીટનો = ૧ ફેધામ.
૧૦૧૨½ ફેધામ = ૧ નોટ.
૧ નોટ = ૧ ભૂગોળમાં ગણાતો માઇલ.
૧ ભૂ. માઇલ = ૧⅙ ઇંગ્લીશ માઇલ.
૩ ભુગોળમાં ગણાતા માઇલ=૧ લીગ.

પાણીની ઉંડાઈ આપણા ગુજરાતમાં વાંસ, વામ, માણસની ઉંચાઇ વિગેરેથી સાધારણ રીતે ભરાય છે.

લુગડાં ભરવાનું દેશી માપ.

૨ આંગળ= ૧ તસુ. ૧ાા ગજ=વાર (યાર્ડ).
૨૪ તસુ= ગજ.

પરચુરણ ભરવાનાં પરિમાણો.

૧૨ તસુ= ૧ હાથ.

૫½ હાથ=૧ કાઠી,

૧૬ આના= ૩૩ ફુટ=૧૧ યાર્ડ= ૧ ગુંઠો.

૬૨ ફુટ= ૧૦૦ લીંક=૧ સાંકળ.

૩ ઇન્ચ= ૧ પામ (અંગુઠા વગરની હાથેળીની પહોળાઈ.)

૪ ઇંચ= ૧ હાથ (અંગુઠા સુધ્ધાંત હાથેળીની પહોળાઈ.)

આ ઘોડાની ઉંચાઇ માપવા વપરાય છે.

૯ ઇન્ચ= ૧ સ્પેન.

૨ સ્પેન= ૧ કયુલીટ.

૧ મીલીટરી પગલા=૨½ ફુટ.

૧ મીલીટરી પેઇસ =૫ ફુટ.

૧ સાંકળ= ૨૨ યાર્ડ.

કાળદર્શક પરિમાણો.

૬૦ વિપળ=૧ પળ.

૬૦ પળ=૧ ઘડી.

૭½ ઘડી=૧ પોહોર.

૮ પહોર=૧ દિવસ.

૭ દિવસ=૧ અડવાડીયું.

૧૫ દિવસ=૧ પખવાડીયું.

૩૦ તીથિ=૧ માસ ચાંદમાસ.

૧૨ માસ=૧ વર્ષ.૩૫૪ દિવસ.

૬૦ સેકન્ડ=૧ મીનીટ.

૬૦ મીનીટ=૧ કલાક.

૨૪ કલાક=૧ દિવસ.

૭ દિવસ=૧ અઠવાડીયું.

૪ અડવાડીયા=૧ માસ.

૧૨ માસ= ૧ વર્ષ.

૩૬૫ દિવસ= ૧ વર્ષ.

૩૬૬ ,, =૧ લીવ વર્ષ.

ચાંદ્રવર્ષ ગણતાં દર ત્રીજે વર્ષે એક અધીક માસ આવે છે અને તે વર્ષમાં ૧૩ ચાંદ્રમાસ થાય છે.

અંગ્રેજી મહિના.

જાન્યુઆરી (૩૧), ફેબ્રુઆરી ૨૮, માર્ચ ૩૧, એપ્રિલ ૩૦, મે ૩૧, જુન ૩૦, જુલાઇ, ૩૧, અગષ્ટ ૩૧, સપટેમ્બર ૩૦, ઓકટોબર ૩૧, નવેમ્બર ૩૦, ડીસેમ્બર ૩૧, **તેમના દિવસ ગણવા સારૂં.**

ચાર, છ. નવ અગીયારમાં તેના તેા દિન ત્રિસ.
અવરે એકત્રીસછે બીજે અઠ્ઠાવિશ.
ચલ્લુ ચેાથા વર્ષમાં બીજે જે બેાલાય.
તે તેા ચેાગણત્રીસનેા ગણતાં એમ ગણાય.
પણ સૈકાના વર્ષમાં અઠ્ઠાવીશ લખાય.
દર ચેાથા સૈકા વિષે ઓગણત્રીસ ગણાય. –ક. દ. ડા.

ગેાળના ભાગ.	ખુણાનુ માપ.
૬૦ સેકન્ડ=૧ મીનીટ	૬૦ સેકન્ડ=૧ મીનીટ
૬૦ મીનીટ=૧ ડીગ્રી	૬૦ મીનીટ=ડીગ્રી
૯૦ ડીગ્રીનેા=૧ કાટખુણેા	૯૦ ડીગ્રી=૧કાટખુણ
૩૬૦ ડીગ્રીનેા=પરીઘ	

દૃઢ ભાજક.

જ્યારે એક સંખ્યા કેાઇ બીજી સંખ્યાને કંઇ પણ શેષ રહ્યા સિવાય ભાગે છે ત્યારે તે પહેલી સખ્યા બીજી સંખ્યાનેા નિઃશેષ ભાજક અને બીજી સંખ્યા પહેલી સંખ્યાનેા ભાજક કહેવાય છે. જેમકઃ– દા. ૫ અને ૨૫ તેમાં ૫ એ નિઃશેષ ભાજક અને ૨૫ એ ભાજ્ય છે.

(૧) કેાઇ પણ સંખ્યાનેા નિ.શેષ ભાજક ફક્ત એક અને તે સંખ્યાજ હેાય તેા તે સંખ્યા વા અંકને અવિભાજ્ય અંક જાણવેા.

(૨) એ વા તેથી વધારે સંખ્યાનાં સામાન્ય મોટામાં મોટા ભાજકને તે સંખ્યાઓનો દ્રઢ ભાજક કહે છે.

(૩) દ્રઢ ભાજક સોધી કાઢવાની રીતી.

રીતી ૧. નાની રકમથી મોટીને ભાગવી અને જે બાકી રહે તેને નાનીથી ફરીને ભાગવી આમ કરતાં જે બીજી વખતે શેષ રહે તો તેવડે પહેલી વખતના શેષને ભાગવો અને આવી રીતે જ્યાં સુધી શેષ રહે ત્યાં સુધી કરતા જવું. અને જ્યારે શેષ ન રહે ત્યારે જે ભાજક આવે તે તે રકમોનાં દ્રઢ ભાજક છે.

દા. ૭૨, ૮૪, ૧૦૨, ૧૩૫ નો દ્રઢ ભાજક કાઢો.

```
૭૨) ૮૪ (૧          ૧૨) ૧૦૨ (૮    ૬) ૧૩૫ (૨૨
    ૭૨                 ૯૬              ૧૨
    ---                ---             ---
    ૧૨) ૭૨ (૬           ૬) ૧૨ (૨        ૧૫
        ૭૨                 ૧૨           ૧૨
        ---                ---          ---
        ૦૦                 ૦૦        ૩) ૬ (૨
                                        ૬
                                        ---
                   ૩ જ.                 ૦
```

∴ **ટુંકી રીતી.**

```
૭૨, ૮૪
--------
  ૧૨     ૧૦૨
  -------------
         ૬      ૧૩૫
         -------------
                ૩ જવાબ.
```

સુચના ૧. એક સખ્યા જે બીજી સંખ્યાનો ભાજક છે તે બીજી સંખ્યાનો ગમે તે ભાજ્યનો પણ ભાજક થશે.

દા. ૫ એ ૨૫ નો ભાજક છે તો તે ૧૨૫ નો પણ ભાજક થશે.

(૨). એક સંખ્યા જે બીજી સંખ્યાનો દ્રઢભાજક છે તે તે એના સરવાળા અને બાદબાકીનો પણ ભાજક થશે.

(૩) જ્યારે કોઇ સંખ્યા બે અથવા બે કરતાં વધારે સંખ્યાઓનો ભાજક થાય છે ત્યારે તે તેમનો દ્રઢભાજક કહેવાય છે.

લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય.

જ્યારે બે અથવા વધારે સંખ્યાઓ એકજ સંખ્યાનો નિઃશેષ ભાજક હોય ત્યારે તે સંખ્યા તે બધી સંખ્યાઓનો સાધારણ ભાજ્ય કહેવાય છે.

દા. ૨, ૫, ૪, ૧૦ એ દરેક ૨૦નો નિઃશેષ ભાજક છે માટે ૨૦ એ તેઓનો સાધારણ ભાજ્ય છે.

આવી રીતનો નાનામાં નાનો બે કે તેથી વધારે સંખ્યાનો સાધારણ ભાજ્ય તે તે સંખ્યાઓનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કહેવાય છે.

(૪) જો બે સખ્યાનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો હોય તો આવેલી બે રકમના ગુણાકારને તેમના દ્રઢભાજકે ભાગવા. જેમકે:— ૨૪ અને ૧૪નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય શો ? જો તેમનો દ્રઢભાજક બે હોયતો. ૨૪×૧૪÷૨=૧૬૮ જવાબ.

(૫) જો બે સંખ્યાઓ કે જે એક બીજાને અવિભાજ્ય છે તો તે સંખ્યાઓનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય તેમનો ગુણાકારજ થાય છે. કારણ કે તેમનો જો દ્રઢભાજક જોવા જઇએ તો ફકત એકજ થશે.

દા. ૧૩ અને ૧૧ નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય શો? ૧૩×૧૧÷૧=૧૪૩ જવાબ.

લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવાની રીત.

રીત–૧. સઘળી સંખ્યાઓને હારબંધ ગોઠવવી. અને તેમાંની જેટલીને એક સાધારણ ભાજકે ભાગવી. જે ભાગાકાર આવે તેમને તેમજ ન ભગાયા હોય તેવા અંકોની તળે એક લીટી દોરી મૂકવા. આમને પણ ઉપર પ્રમાણે એક સાધારણ ભાજકે ભાગવા ને જે આવે તે ઉપર પ્રમાણે તળે એક લીટી દોરી મૂકવા. આ પ્રમાણે જ્યાં સુધી છેવટે દરેક બે સંખ્યા એક બીજા સાથે અવિભાગ માલમ પડે ત્યાં સુધી કરવું. પછીથી ભાજકે અને છેવટે છેલ્લી હારમાં જે બાબત હોય તે અંકોનો ગુણાકાર કરવો, જે આવે તે લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય જાણવો. ૫,૬,૮,૧૫, ૧૮ નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય શોધી કાઢો.

૫	૫,૬,૮,૧૫,૧૮
૩	૧,૬,૮,૩,૧૮
૨	૧,૨,૮,૧,૬
	૧,૧,૪,૧,૩

હવે ૪×૩×૨×૩×૫=૩૬૦ જ.

ભાંજણી વિષે વિચાર.

હલકા પરિમાણની સંખ્યાને ભારે પરિમાણનું રૂપ કે ભારેને હલકાનું રૂપ આપવું, એ રીતને ભાંજણી કહેછે.

ભાંજણી બે જાતની છે (૧) ઉતરતી; (૨) ચઢતી.

ભારે પરિમાણની સંખ્યાને હલકા પરિમાણનું રૂપ આપવું તેને ઉતરતી ભાંજણી કહે છે, અને હલકીને ભારેનું રૂપ આપવું તેને ચઢતી ભાંજણી કહે છે.

ઉતરતી ભાંજણીમાં પૌંડનું ફાર્ધીંગમાં અથવા મૈલનું યાર્ડમાં વા એકરનું પોલમાં રૂપ આપવું. અને ચઢતી

ભાંજણીમાં તેથી ઉલટું થાય છે એટલે ફાર્ધીંગને પૈાંડનું, પાઈને મૈલનું કે પેાલને એકરનું રૂપ અપાય છે.

રીત ૧. ભારે પરિમાણેાની સંખ્યાની નજીકના હલકા પરિમાણુની સંખ્યા વડે ભારે પરિમાણુ થાય છે. તે સંખ્યાથી તે આપેલા ભારે પરિમાણુની સંખ્યાએ ગુણવા ને જે ગુણાકાર આવે તેમાં જો તેજ જાતનેા કોઇ અંક આપ્યેા હોય તેા તે જોડી દેવું. એમ કરતાં કરતાં આપેલા પરિમાણુની સંખ્યાનું હલકામાં હલકું રૂપ આવે ત્યાં સુધી કરતાં જવું. દા. રૂ. ૨૪–૫ આ.–૬ પાઇની પાઇ કેટલી ?

રૂ. ૧=૧૬ આના તેા રૂ. ૨૪=(૨૪×૧૬)૩૮૪ આના. ∴ રૂ. ૨૪–૫ આ.=૩૮૪+૫=૩૮૯ આ. અને આના. ૧=૧૨ પાઇ. તેથી ૩૮૯ આ.=(૩૮૯×૧૨)=૪૬૬૮ પાઇ. +૬ પાઇ=૪૬૭૪ પાઇ. જવાબ.

ચઢતી ભાંજણી.

રીત ૨. આપેલા પરિમાણેામાંના હલકા પરિમાણુની જે સંખ્યાથી તેની નજીકના મેાટા પરિમાણુની જે એક સંખ્યા બને તેણે આપેલા હલકા પરિમાણુને ભાગવા. જે ભાગાકાર આવશે તે તેની નજીકનું ભારે પરિમાણુ થયું. પછી તેમાં જો સજાતીય અંક હેાય તેા જોડી દેવેા, અને પછી તેની નજીકનું ભારે પરિમાણુનું રૂપ આપવું અને જે આવ્યું તેમાં તેનેા સજાતીય અંક હેાય તેા જોડવેા એ રીતે ઇચ્છીત પરિમાણુના સંખ્યા આવે ત્યાં સુધી કર્યા જવું. દાખલા તરીકે ૯૬૫૪ પેન્સના પૈાંડ કરવાના છે તેાઃ–૧૨ પેન્સ=૧ શિ. તેથી ૯૬૫૪÷૧૨=૮૦૪ શિ. ૬ પેન્સ. ૨૦ શિ.=૧ પૈાંડ. તેથી ૮૦૪÷૨૦=પૈાં. ૪૦

૪ શિ. ∴ પૌં. ૪૦–૪ શિ.–૬ પેન્સ. જવાબ.

પણ વિદ્યાર્થીઓએ નીચેની રીતનો ઉપયોગ કરવો કારણકે તે ઉપલી રીતનું ટુંકુ રૂપ છે.

૧૨	૯૬૫૪	૬ પેન્સ
૨૦	૮૦૪	૪ શિલિંગ
		૪૦ પૌંડ

પૌં. ૪૦–૪ શિ.–૬ પેન્સ. જ.

ચઢતી અને ઉતરતી ભાંજણીના પરચુરણ દાખલા.

૧ ૪૫૧૨૦ ફારધીંગના કેટલા પૌંડ થશે? જ. ૪૭ પૌંડ.

૨ ૪૦૪૮૦ યાર્ડના કેટલા માઇલ થશે? જ. ૨૩ માઇલ

૩ ૨૭૫૭૪ ફારધીંગને પૌંડનું રૂપ આપો.

જવાબ પૌં. ૨૮–૧૪ શિ.–૫ પે.–૨ ફા.

૪ ૩૧૩૯૮ યાર્ડના માઇલ કરો,

જવાબ ૧૭–મૈ.–૬ ફ.–૨૮–પો.–૪ યા.

૫ ૨૩૪૫૮૭$\frac{1}{2}$ ચો.ફુટના એકર કાઢો.

જવાબ ૫ એ.–૧ રૂ.–૨૧ પો.–૨૦ યા.

૬ ૫૫ આઇરીશ માઇલને ઇંગ્લીશ માઇલનું રૂપ આપો.

સુચના–૧૧ આઇરીશ મઇલ=૧૪ ઇંગ્લીશ મઇલ થાય છે. જવાબ ૭૦ ઈંગ્લીશ માઇલ.

૭ ૧૪૦ ઈં૦ માઇલના આઇરીશ માઇલ બનાવો. જ.૧૧૦

૮ ૨૪૨૦ આઇરીશ એકરને ઈં૦ એકરનું રૂપ આપો.

સુચના—૧૨૧ આ૦ એકર=૧૯૬ ઈં૦ એકર. જ.૩૯૨૦

૪૬ એવાર્ડુ પોઇસ પૌંડને ટ્રોય પૌંડનુ રૂપ આપો.

જવાબ. ૫૫ ટ્રોય પૌંડ. ૫૨૦૦ ગ્રેન,

૧ એવાર્ડુ પોઇસ પૌંડ=૭૦૦૦ ગ્રેન થાયછે.

૧ ટ્રોય પૌંડ=૫૭૬૦ ગ્રેન થાયછે.

૧૭૫=૧૪૪ એટલે ૧ ટ્રો. પૈાંડ એ $\frac{૧૪૪}{૧૭૫}$ એ. પેા. પૈાં. બરાબર છે.

૧૦) ૩૩૯ ટ્રાય ઔંસને એવાડુ પેાઇસ ઔંસનું રૂપ આપેા.

જવાબ.૩ ૭૪૩એ. ઔંસ. ૧૮૮$\frac{૩}{૪}$ ગ્રેન.

વધારાને માટે નીચેનાં કેાષ્ટકેા ઉપરથી માસ્તરે નવા દાખલા બનાવી છેાકરાએાને સમજાવવા.

પરચુરણ.

૧૮૯ ચેા. ફૂ=૧ ચેા. ગું.	૨૮૮ વીઘા=૨૪૫ એકર.
૪૦ ગુંઠા=૧ એકર.	૧ ઘનગજ=૮ ઘનફુટ.
૧ એવેાર્ડું પૈાંડ=૩૮$\frac{૮}{૯}$ રૂપીઆભાર.	૧૦ મીલ=૧ સેન્ટ.
૧ પૈાંડ (ટ્રાય)=૨૩ રૂપીઆભાર.	૧૦ સેન્ટ=૧ ફ્લેારીન.
૩૬ પૈાંડ (એવેાર્ડું)=૩૫ શેર.	૧૦ ફ્લેારીન=૧ પૈાંડ.

દા. ૫ પૈાં. ૩ ફ્લેારીન. ૭ સેન્ટ ૮ મીલના મીલ કાઢેા. આ કેાષ્ટકને લગતા દાખલા કરવાની ખુબી એ છેકે જો ઉતરતી ગાંજણી હેાય તેા બધા અંકેા જોડે જોડે મુકી દેવા જવાબ. ૫૩૭૮ મીલ.

ઉપયેાગી.

૧ રૂપીઆભાર=૧ તેાલેા.
૧ તેાલા=૧૮૦ ટ્રાય ગ્રેન.
૧૦૦ પૈાંડ (ટ્રાય) =૮૨$\frac{૨}{૭}$ પૈાંડ (એવેાર્ડું)
૩૫ શેર= ૩૬ પૈાંડ (એવેાર્ડું)
૨૪૫ એકર= ૨૮૮ વીઘા.
૧ એકર=૧૬૦૯ ચેારસહાથ.
૧ એકર=૪૮૪૦ ચેારસયાર્ડ.
૧ ચેા. માઇલ=૬૪૦ એકર.
૫૪$\frac{૪}{૯}$ મણ= ૧ ટન.

દરેક દીવસ રાતના બાર વાગ્યા પછીથી શરૂ થાય છે. અને રાતના બાર વાગે પુરો થાય છે. જે કોઈ સાલને ચારે ભગાય ને કંઇ વધે નહિ તો તે વર્ષ ૩૬૬ દિવસનું છે એમ જાણવું.

એક શૌર્ય વર્ષ અથવા ૩૬૫.૨૪૨૨૧૮.કે૩૬૫ દિ—૫ ક—૪૮ મી.—૪૮ સે.=૩૬૫$\frac{૧}{૪}$ દિવસ. પોલના યાર્ડ કરવા હોય તો પોલને ૧૧ ગુણી બેએ ભાગવા. અને યાર્ડના પોલ કરવા હોય તો તેથી ઉલટું કરવુ, એટલે બેએ ગુણી ૧૧ એ ભાગવા.

ચોરસ પોલના ચોરસ યાર્ડ કરવા હોયતો બે વખત ૧૧ ગુણી ચારે ભાગવા અને ચોરસ યાડના ચોરસ પોલ કરવા હોયતો તેથી ઉલટું કરવું

એક ઘનફુટજગામાં ભરેલા પાણીનુ વજન૧૦૦૦ એવોડુઑંસ થાય છે.

વિવિધ પરિમાણો વિષે.

વિવિધ અંકોનો ગુણાકાર એ અમુક વખત વિવિધ અંકો મૂકી તેનો સરવાળો કરવાની સહેલી રીતને કહે છે.

ઉપયોગી.

જો ગુણક મોટો હોય તો તેના અવયવ પાડી ગુણાકાર કરે છે જેવો કે, ૪૦=૧૦×૪ અને જો તેના અવયવ પડે તેમ હોય નહી તો નીચેની રીત પ્રમાણે કરવું. જેવો કે જો ૫૩ હોય તો ૫×૧૦+૩ નો ગુણાકાર કરી તેમાં ઉમેરવા એટલે કે પહેલા ૫ એ ગુણી પછી જે આવે તેને ૧૦ એ ગુણી જે આવે તેમાં આપેલી રકમને ૩ એ

ગુણી જે આવે તે ઉમેરી દેવું, જે આવે તે જવાબ.
વિવિધ પરિમાણોની સંખ્યાઓનો ભાગાકાર એટલે અમુક સંખ્યામાં અમુક વખત કંઇ સંખ્યા સમાએલી છે તે.

દા. ૧૨૫ પૌંડ-૩ શિ. ૫ પેન્સ એને ભાગ્યા ૨૫.

વિદ્યાર્થીઓએ નીચેની રીતે હિસાબ કરવાની ટેવ પાડવી જોઇએ કે જે ઘણી સહેલી છે.

૨૫|૧૨૫–૩–૫ જવાબ. ૫ પૌં. ૦ શિ. ૧$\frac{૧૬}{૨૫}$ પેન્સ.
| ૫—૦ ૧$\frac{૧૬}{૨૫}$

ઉપરના દાખલામાં આપેલી ૧૨૫ પૌં. ૩ શિ. ૫ પેન્સમાં ૫ પૌં. ૦ શિ. ૧$\frac{૧૬}{૨૫}$ પેન્સ ૨૫ વખત સમાયેલીછે.

ઉપયોગી.

સજાતીય પરિમાણોની સંખ્યાને સજાતીય પરિમાણોની સંખ્યાએ ગુણી શકાય છે તેમજ ભાગી શકાય છે.

દા. ૧) રૂ. ૧૫–૩ આ. ૦ પાઈ એને ગુણ્યા રૂ. ૨–૬ આ.

```
 ૧૫–૩–૦
  ૨–૬–૦
---------
૩૦–૬–૦૦
  ૫–૧૦–૦
   ૦–૧–૦      બે કાચા આના.
```

રૂ. ૩૬–૧–૦ ૨ કાચા આના જવાબ. રૂ ૩૬–૧ આ. ૦ પાઈ ૨ કાચા આના.

દા. ૨) રૂ. ૫૨૫ ૪ આ. ૯ પાઇ÷ રૂ ૫–૯ આ. ૩ પાઇ.

૫૨૫-૪-૯ ૫-૯-૩ ૧૦૭૧) ૧૦૦૮૫૭ (૯૪ જ.

૧૬	૧૬	૯૬૩૯
૮૪૦૦	૮૦	૪૪૬૭ ૧૮૩ વધે છે.
૪	૯	૪૨૮૩
૮૪૦૪	૮૯	૧૮૩
૧૨	૧૨	
૧૦૦૮૪૮	૧૦૬૮	
૯	૩	
૧૦૦૮૫૭	૧૦૭૧	

આણુપાણુના ગુણાકાર કરવાની સહેલી રીત—

(૧) જો બે સરખી રકમનો ગુણાકાર કરવો હોય અને તે બે રકમને છેડે ૦ાા આવેલો હોયતો પહેલી રકમમાં બીજી રકમનો ૦ાા ઉમેરવો અને બીજી રકમમાંથી ૦ાા બાદ કરવો અને પછી એ બે રકમનો ગુણાકાર કરી ૦ા ઉમેરવો જે આવે તે જવાબ.

દા. જો બે સરખી રકમો ૫ાા અને ૫ાા હોય તો તેનો ગુણાકાર કેટલો આવે ?

૫ાા+૦ાા=૬ ૫ાા-૦ાા=૫ ૬×૫=૩૦+૦ા=૩૦ા જ.

(૨) જો બે સાથેની રકમનો ગુણાકાર કરવો હોય તો મોટી રકમનો ૦ાા નાની રકમમાં ઉમેરવો અને ગુણાકાર કરી જે આવે તેમાંથી ૦ા બાદ કરવો જે આવે તે જવાબ.

દા. ૧) જો બે સાથેની રકમો ૪ાા અને ૫ાા હોય તો તેનો ગુણાકાર કેટલો આવે ?

૪ાા+૦ાા=૫

૫ાા-૦ાા=૫ ૫×૫=૨૫-૦ા=૨૪ાાા જવાબ

દા. ૨) જો બે સાથેની રકમો ૬ાા અને ૭ાા હોય તો

ગુણાકાર કેટલો આવે ?

૬ા+૦ાા=૭

૭ા−૦ાા=૭   ૭×૭=૪૯−૦ા=૪૮ાા

(૩) જો બે ગમે તે રકમનો ગુણાકાર કરવાનો હોય અને જો તે બંને રકમો એકી હોય વા બેકી હોય અને તે બંનેની પાણોનો સરવાળો ચાર પાણ એટલે એક થતો હોય તો મોટી રકમમાંથી પાણો બાદ કરી નાની રકમમાં ઉમેરી જે આવે તેનો ગુણાકાર કરી જે આવે તેમાંથી ૧ા− બાદ કરવો જે આવે તે જવાબ.

દા. ૧) જો બે રકમો ૪ાા અને ૨ા હોય તો તેમનો ગુણાકાર કેટલો આવે ?

૪ાા−૦ાા=૪

૨ા + ૦ાા=૩   ૪×૩=૧૨−૧ા−=૧૦ાા≈ જવાબ

દા. ૨) જો બે રકમો ૮ાા અને ૬ા હોય તો તેમનો ગુણાકાર કેટલો ?

૮ાા−૦ાા=૮ ૬ા+૦ાા=૭ ૮×૭=૫૬−૧ા−=૫૪ાા≈ જ.

(૪) કોઇ બે સરખી રકમો કે જેને છેડે ત્રણ પાણ હોય તેમનો ગુણાકાર કરવાની રીત

રીતી-બે આખા અંકનો ગુણાકાર કરીને તેમાં આખા અંકોના સરવાળાને પોણા કરીને ઉમેરવા જે આવે તેમાં ૦ાા− ઉમેરવો જે આવે તે જવાબ.

દા. ૩ાા×૩ાા= ૩×૩=૯ ૩+૩=૬નું પોણું ૪ા

૯+૪ા=૧૩ા+૦ાા−=૧૪−   ૧૪− જ.

ઉપયોગી. રકમો જો સરખી ન હોય તોપણ ઉપની રીત લાગુ પડે છે.

દા. એક રૂપીઆનું ૨॥ શેર ઘી મળે છે તો ૧૫॥ રૂ નું કેટલું ?

૧૫॥ ૧૫×૨=૩૦ =૩૦
૨॥ ૧૫+૨=૧૭ નો પોણા=૧૨॥
૪૩।~ ૦॥~
૪૩।~ જવાબ

(૫) કોઇ બે સરખી રકમો કે જેને છેડે એક પાણુ હોય તેમનો ગુણાકાર કરવાની રીતી.

રીતી બંને આખી રકમનો ગુણાકાર કરીને તેમાં બંનેના સરવાળા પા કરી ઉમેરવા જે આવે તેમાં એક આનો ઉમેરવો જે આવે તે જવાબ.

દા. ૪।×૪।

૪।
૪। ૪×૪= =૧૬
૧૬ ૪+૪=૮ નું પા= ૨
૨~ ૦)~
૧૮~ ૧૮~ જવાબ.

ઉપયોગી.

રકમો જો સરખી ન હોય તોપણ ઉપરની રીત લાગુ પડે છે.

દા. ૧ રૂ. ૩। ઘી મળે છે. તો ૫। રૂ. કેટલું ?

૫।
૩। =૫×૩= ૧૫
૧૫ ૫+૩=૮ નું પા= ૨
૨~ ૦)~
૧૭~ ૧૭~ જવાબ.

(૬) જો બે સરખી રકમનો ગુણાકાર કરવો હોય અને તે બે રકમોના છેડાની પાણોનો સરવાળો ચાર પાણુ

અથવા એક થતો હોય તો પોણો એકમાં નાંખી દેઇ પછીથી એનો ગુણાકાર કરી તેમાં આના ત્રણ જોડવા. વા $\frac{૩}{૧૬}$ ઉમેરવા.

૭॥।×૭।=૫૬≋ ૭॥।+०।=૮ (૮×૭=૫૬+०)≋ =૫૬≋
૭। −०।=૭

અપુર્ણાંક.

આ વિષયનું લંબાણ વર્તાંત નહિ આપતાં જેટલું વિદ્યાર્થીને ઉપયોગી છે તેટલુંજ આપીએ છીએ.

૧) જ્યારે અપુર્ણાંકના અંશ અને છેદના અંકો એક બીજાને અવિભાજ્ય હોય છે ત્યારે તે અપુર્ણાંક તેના હલકામાં હલકા રૂપમાં છે. દા. $\frac{૩}{૫}$

૨) બે અથવા તેથી વધારે અપુર્ણાંક સંખ્યાઓ કે જેઓના છેદ સરખા છે. તેમાં જેમના અંશ વધારે છે, તે મોટામાં મોટી અપુર્ણાંક સંખ્યા જાણવી અને જેમના અંશ નાનામાં નાનું છે તે નાનામાં નાની અપુર્ણાંકની સંખ્યા જાણવી.

૩) અપુર્ણાંક ઘણી જાતનાં છે—

(૧) **સમ અપુર્ણાંક;**—કે જેમાં અંશ કરતાં છેદ વધારે છે. દા. $\frac{૩}{૭}$.

(૨) **વિષમ અપુર્ણાંક;**—કે જેમાં છેદ કરતાં અંશ વધારે છે. દા. $\frac{૫}{૩}$.

(૩) **ભાગાનુબંધ અપુર્ણાંક;**—કે જેમાં પુર્ણાંક અને અપુર્ણાંક બંને છે. દા. ૩$\frac{૩}{૫}$.

(૪) **પ્રભાગ જાતી અપુર્ણાંક;**—કે જેમાં અપુર્ણાંકના અપુર્ણાંક આવે છે. દા. $\frac{૩}{૫}\times\frac{૧}{૪}$.

(૫) મીશ્રપુર્ણાંક;—કે જેમાં અંશ અને છેદ બંને વા એમાંથી એક અપુર્ણાંક હોય છે.

૪) અપુર્ણાંકનું અતિ સંક્ષેપ રૂપ કાઢવાની રીત—

રીતી અંશ અને છેદ બંનેને તેમના સાધારણ નિઃશેષ ભાજકે ભાગવા એટલે તે અપુર્ણાંકનું રૂપ ટુંકું થશે, અને ત્યાં સુધી કરતા જવું કે જ્યાં સુધી અંશ અને છેદ અરસપરસ અવિભાજ્ય થાય ત્યાં સુધી તે અપુર્ણાંકનો અતિ સંક્ષેપ કરવો.

દા. $\frac{૨૪૦}{૪૬૫}$

$\frac{૨૪૦÷૫=૪૮}{૪૬૫÷૫ \quad ૯૩}$

$\frac{૪૮÷૩=૧૬}{૯૩÷૩૧ \quad ૩૧}$ જ.

ઉપયોગી ઉપરના અપુર્ણાંકના ભાગો વિષે સવિસ્તર વિવેચન અમારા ગુર્જર ગણિતમાંથી મળી આવસે.

૫) બે અપુર્ણાંક અંકોના અંશનો સરવાળો કરવો અને છેદનો સરવાળો કરવો અને તેની ત્રીજી અપુર્ણાંક સંખ્યા બનાવવી. તે સંખ્યા બનશે તે પહેલી બે અપુર્ણાંક સંખ્યાની વચલી થશે.

દા. $\frac{૪}{૫}$ અને $\frac{૩}{૮}$ = ૪+૩=૭; ૫+૮=૧૩.∴ $\frac{૭}{૧૩}$ એ $\frac{૪}{૫}$ કરતાં નાની અને $\frac{૩}{૮}$ થી મોટી છે એટલે કે તે એની વચલી સંખ્યા થઇ.

૬) અપુર્ણાંક બે અથવા વધારે સંખ્યા આપી હોય ને તેમની સરખામણી કરવી હોય એટલે તે બેમાં કઇ મોટી છે કઇ નાની છે તો તે નીચેની રીત પ્રમાણે કરવો.

રીતી (૧) એ અપુર્ણાંકોને એક જાતના સરખા છે-

દના રૂપમાં આણેા. અને જેના અંશ મોટા હોય તે મોટી રકમ અને નાના હોય તે નાની રકમ.

(૨) તેમને સરખા અંશમાં આણેા અને જેમનેા છેદ નાનેા હેાય તે મેાટી રકમ અને મેાટેા હોય તે નાની રકમ જાણવી.

(૩) તેમને દશાંશનું રૂપ આપવું કે જે રૂપને તરતજ સરખાવી શકાય.

૭) અપુર્ણાંકની બાદબાકી વા ભાગાકાર હેાય તેા બધા છેદને એક રૂપમાં લાવીને તેમના અંશનેા સરવાળેા કરવાનેા હેાય તેા સરવાળેા કરવેા વા બાદબાકી કહી હેાય તેા બાદબાકી કરવી.

૮) અપુર્ણાંક અંકેાનેા ગુણાકાર વા ભાગાકાર કરવેા હેાય તેા તે અપુર્ણાંક અંકેાના અંશનેા ગુણાકાર કરી અંશમાં મૂકવેા અને છેદનેા ગુણાકાર કરી છેદમાં મૂકવેા. અને તેમનેા ભાગાકાર કરવેા હેાય તેા તેથી ઉલટું કરવું.

અપુર્ણાંકનેા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય તથા દ્રઢ ભાજક કાઢવાની રીતી.—

રીતી—તેમના છેદને નાનામાં નાનું સામાન્ય રૂપ આપેા એટલે તેમનેા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢેા. અને પછી જે અપુર્ણાંકનેા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવાનેા કહ્યેા હેાય તેા અંકેાનેા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવેા. જે આવે તે અંશમાં મૂકીને તેની નીચે સામાન્ય આવેલેા છેદ મૂકવેા જે આવે તે જવાબ. અને જેા દ્રઢભાજક કાઢવાનેા કહ્યેા હેાય તેા અંશનેા દ્રઢભાજક કાઢી જે આવે તે અંશમાં મૂકી તેની નીચે સામાન્ય આવેલેા છેદ મૂકવેા જે આવે તે જવાબ.

અપુર્ણાંકના ગુણાકારની સહેલી રીતો.

(૧૦) ૪$\frac{૧}{૨}$×૪$\frac{૧}{૨}$ {૫ અને ૪નો ગુણાકાર કરી તેની અંદર $\frac{૧}{૪}$ ઉમેરવો.
૫×૪+$\frac{૧}{૪}$=૨૦$\frac{૧}{૪}$ જવાબ.

(૧૧) દા. ૧ ૯$\frac{૧}{૨}$×૧૧$\frac{૧}{૨}$

૯×૧૧+{+(૯+૧૧)÷૨}+$\frac{૧}{૪}$=૧૦૯$\frac{૧}{૪}$ જ.

દા. ૨ ૭૭$\frac{૧}{૨}$×૨૫$\frac{૧}{૨}$

૭૭×૨૫+{+(૭૭+૨૫)÷૨}+$\frac{૧}{૪}$=૧૯૭૬$\frac{૧}{૪}$ જ.

(૧૨) ૪$\frac{૩}{૪}$×૨$\frac{૧}{૪}$ ૪$\frac{૩}{૪}$−$\frac{૩}{૪}$=૪
૨$\frac{૧}{૪}$+$\frac{૩}{૪}$=૩ ૪×૩−$\frac{૨૧}{૧૬}$=૧૦$\frac{૨૧}{૧૬}$ જવાબ.

(૧૩) ૮$\frac{૩}{૪}$×૭$\frac{૧}{૪}$ ૮$\frac{૩}{૪}$−$\frac{૩}{૪}$=૮
૭$\frac{૧}{૪}$+$\frac{૩}{૪}$=૮ ૮×૮−$\frac{૯}{૧૬}$=૬૩$\frac{૭}{૧૬}$ જવાબ.

(૧૪) દા. ૧ ૩$\frac{૧}{૪}$×૩$\frac{૧}{૪}$

૩×૩ {(૩+૩)×$\frac{૧}{૪}$} જે આવે તેમાં $\frac{૧}{૧૬}$ ઉમેરવો

દા. ૨ ૭$\frac{૧}{૪}$×૫$\frac{૧}{૪}$

૭×૫ {(૭+૫)×$\frac{૧}{૪}$)} જે આવે તેમાં $\frac{૧}{૧૬}$ ઉમેરવો જે આવે તે જવાબ.

(૧૫) ૭$\frac{૩}{૪}$×૭$\frac{૧}{૪}$ ૭$\frac{૧}{૪}$−$\frac{૧}{૪}$=૬

૭$\frac{૧}{૪}$+$\frac{૧}{૪}$=૮ } ૮×૭=૫૬ તેની અંદર $\frac{૩}{૧૬}$ ઉમેરવા જે આવે તે જવાબ.

(૧૬) ૫$\frac{૫}{૮}$ ×૫$\frac{૩}{૮}$ દા. ૧ ૫$\frac{૫}{૮}$×$\frac{૩}{૮}$=૬ ૫$\frac{૩}{૮}$−$\frac{૩}{૮}$=૫
૬×૫+$\frac{૫}{૮}$×$\frac{૩}{૮}$=૩૦$\frac{૧૫}{૬૪}$ જવાબ.

દા. ૨ ૪$\frac{૭}{૧૬}$×૪$\frac{૯}{૧૬}$=૫×૪+$\frac{૭}{૧૬}$×$\frac{૯}{૧૬}$=૨૦$\frac{૬૩}{૨૫૬}$ જ.
૪$\frac{૭}{૧૬}$+$\frac{૯}{૧૬}$=૫ ૪$\frac{૯}{૧૬}$−$\frac{૯}{૧૬}$=૪
છેદને જેટલાએ ગુણીએ ને જે અંશ છે તેમને તેમ

રહેવા દઇએ તો અપુર્ણાંકને જેટલાએ ગુણ્યા તેટલા ઘણું તે અપુર્ણાંક નાનું થયું. દા. $\frac{૫}{૭}$ એમાં છેદને ૪ ગુણો તો જે નવું અપુર્ણાંકઆવશે તે પ્રથમના અપુર્ણાંક કરતાં૪ ઘણું નાનું થશે. $\frac{૫}{૭\times૪}=\frac{૫}{૨૮}$

અંશને જેટલાએ ગુણીએ ને જો છેદ છે તેમજ રહેવા દેઇએ તો અપુર્ણાંક જે જેટલાએ ગુણ્યા તેટલા ઘણા એ અપુર્ણાંક મોટું થશે. દા. $\frac{૫}{૭}$ એમાં અંશને ૪ ગુણવાથી તે અપુર્ણાંક હાલમાં જે છે તેના કરતાં ચાર ઘણું મોટું થશે. $\frac{૫\times૪}{૭}=\frac{૨૦}{૭}$ જવાબ.

જ્યારે અપુર્ણાંકના અંશને છેદને કોઇ એકજ રકમે ગુણીએ છીએ ત્યારે તે અપુર્ણાંકની કીમતમાં ફેર પડતો નથી.

દા. $\frac{૫}{૮}$ તેના અંશ અને છેદને ૩ ગુણો.

$\frac{૫\times૩}{૮\times૩}=\frac{૧૫}{૨૪}$ જે $=\frac{૫}{૮}$ બરોબર છે.

અપુર્ણાંકનું રૂપાંતર.

અ અમુકપુર્ણાંક સંખ્યાને એવા અપુર્ણાંકનું રૂપ આપવું કે જેમાં છેદ અમુક આપેલી સંખ્યાની બરોબર થાય.
રીતી ૧—આપેલી પુર્ણાંક સંખ્યાને આપેલા છેદથી ગુણવાનેજે આવે તે અંશ સ્થળે મૂકી છેદમાં આપેલ છેદ મૂકવો.

દા. ૭ અને ૯ છેદ થાય તેવા અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપો.

$૭\times૯=\frac{૬૩}{૯}=\frac{૬૩}{૯}$ જવાબ.

બ) ભાગનું બંધ અપુ ર્ણાંકને વિષમ અપુર્ણાંકનું રૂપ આપવાની રીત. દા. $૭\frac{૩}{૫}$ એ ભાગનું બંધ અપુર્ણાંક છે તેને વિષમ અપુર્ણાંકનું રૂપ આપો.

રીતી૨—પુર્ણુકને અપુર્ણકના છેદે ગુણી ગુણાકાર માં અંશ જોડવો જે આવે તેમને અંશ સ્થળે મૂકી તળે છેદમાં અપુર્ણકનો છેદ છે તેજ મૂકવો.

૭×૫=૩૫+૩=$\frac{૩૮}{૫}$ જવાબ.

क વિષમ અપુર્ણકને ભાગાતું બંધ અપુર્ણકનું રૂપ આપવાની રીતી.

રીતી ૩—અંશને છેદે ભાગવા ભાગાકાર આવે તેને પુર્ણકને સ્થળે મૂકી ને જે વધેલા હોય તેને તેની પાસે અંશમાં મૂકી તેની નીચે આપેલા છેદ મૂકવો.

દા. $\frac{૫૨}{૯}$ જે વિષમ અપુર્ણક છે તેને ભાગાતું બંધ અપુર્ણકનું રૂપ આપો.

૯)૫૨(૫ ∴ ૫$\frac{૭}{૯}$ જવાબ.
  ૪૫
  ——
  ૭

જ્યારે કોઇ અપુર્ણકને તેના છેદે ગુણવાના હોયતો જાણવું કે તેનો અંશ તેજ ગુણાકાર આવશે.

દા. $\frac{૫}{૭}$×૭જે છેદ બરોબર છે તેથી ગુણાકાર ૫ જવાબ.

સુચના ૧—જો ગુણવાની સંખ્યા છેદ કરતાં બમણી-ત્રમણી, વા ચાર ધણી વા જેટલા ગણી હોયતો ગુણાકાર અંશથી બમણો, ત્રમણો વા ચાર ગણો વા ગુણવાની રકમ જેટલા ગણી હોય તેટલા ધણો આવશે

દા. $\frac{૫}{૭}$×૫૬ હવે ૫૬ તે ૭થી ૮ ધણો છે માટે ગુણાકાર તે અશને ૫ છે તેથી ૮ ગણા એટલે ૪૦ આવે છે.

જ્યારે કોઇ પણ અપુર્ણકને તેના અંશે ભાગવાના હોય તો જાણવુ કે તેના છેદ જે એકમ અંશ તળે છેદમાં મૂકવા બરોબર ભાગાકાર થશે.

દા. $\frac{૫}{૭}$÷૫ તો જવાબ એકમ તળે છેદમાં સાત છે ને છેદમાં મૂકવાથી જે આવે તેની બરોબર થશે=$\frac{૧}{૭}$ જવાબ. $\frac{૫}{૭}$×$\frac{૧}{૫}$=$\frac{૧}{૭}$ જવાબ.

સુચના ૨—જો ભાગવાની સંખ્યા અંશ કરતા બમણી, ત્રમણી વા ચાર ગણી વા જેટલા ઘણી હોય તો ભાગાકાર અંશથી બમણો, ત્રમણો વા ચાર ગણો છેદને, એકમ અંશ નીચે મૂકવા બરોબર થાય છે. દા. $\frac{૫}{૯}$÷૨૫ હવે ૫૨ ને ૫ થી પાંચ ગણાયછે માટે ભાગાકાર $\frac{૧}{૯}$×૫=$\frac{૧}{૪૫}$ જ.

અપુર્ણાંકની જુદી જુદી સંખ્યાઓને સમછેદમાં આણવાની રીત.

રીતી—૪ બધી છેદની સંખ્યાઓનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો. પછી જે લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય આવે તેમાં દરેક અપુર્ણાંકનો છેદ કેટલી વખત સમાએલો છે તે શોધી કાઢી જે આવે તેણે તેજ અપુર્ણાંકના અંશને ગુણવા ને જે આવે તે અશમાં લખવો. આ કૃતી જેટલી રકમો હોય તેમને કરવી.

દા. $\frac{૫}{૪}$, $\frac{૩}{૨}$, $\frac{૭}{૯}$, $\frac{૫}{૮}$, $\frac{૫}{૬}$ છેદનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય

$\frac{૯૦,૧૦૮,૫૬,૪૫,૬૦}{૭૨}$ ∴ $\frac{૯૦}{૭૨}$, $\frac{૧૦૮}{૭૨}$, $\frac{૫૬}{૭૨}$, $\frac{૪૫}{૭૨}$, $\frac{૬૦}{૭૨}$. જ.

સરખા અંશમાં આણવાના હોય તો અંશનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢી ને ઉપર પ્રમાણે કૃતી કરવી પણ બધી કૃતી છેદ ઉપર લાગુ પાડવી જે નીચેના દાખલાથી માલમ પડશે $\frac{૫}{૩}$, $\frac{૪}{૨}$ ને સરખા અંશનું રૂપ આપો. અંશનો લઘુતમ =૨૦ થયો. ∴ ૨૦÷૫=૪ અને ૨૦÷૪=૫ ∴ ૪×૩=૧૨ અને ૨×૫=૧૦ $\frac{૨૦}{૧૨}$ જ.

સુચના–૫ જે સમછેદ કરવાનો હોય ને છેદના સઘળા આંકડા એક બીજાને અવિભાજ્ય હોય તો લઘુતમ ન કાઢવો પણ તેમનો ગુણાકાર કરવો ને સમાંશ કરવાના હોય તો છેદની માફકજ અંશમાં પણ સમજવું.

કાગદી તથા સ્ટેશનરી વેચનારને માટે.

૧) રીમ કાગળના જેટલા રૂપીઆ કહ્યા હોય તેટલાજ આનાના ૩૦ કાગળ આવે. દા. રૂ ૫ નારીમ કાગળ મળે તો ૬૦ કાગળનું શું.? ૫×૨=૧૦ આના જવાબ.

૨) રીમ કાગળના જેટલા રૂપીઆ કહ્યા હોય તેથી બમણી પઈના ૫ કાગળ આવે. દા. રૂ. ૭ ના રીમ કાગળ મળે ૫૦ કાગળનું શું.?

$\frac{\text{૭×૨૫૦}}{\text{૫}}=\frac{\text{૭૦૦}}{\text{૫}}=\text{૧૪૦ પઇ=રૂ ૦–૧૧ આ. ૮ પઇ.}$ જ.

૩) એક રીમના જેટલા આના કહ્યા હોય તેટલી પા પઈના ૧૦ કાગળ આવે.

દા. એકરીમના ૧૫ આનાપડે તો ૪૦ કાગળનું શું.?

$\frac{\text{૧૫×૪૦×}\frac{\text{૧}}{\text{૪}}}{\text{૧૦}}=\frac{\text{૧૫×૪૦}}{\text{૧૦×૪}}=\text{૧૫ પઇ=રૂ ૦–૧ આ. ૩ પઇ.}$

૪) ધા કાગળની કીમત જેટલા આના કહ્યા હોય તો તે આનાનું અર્ધ કરે તેટલી પૈઓનો એક કાગળ આવે.

દા. બે આને ધા કાગળ મળે છે તો ૪ કાગળનું શું થશે. ૨÷૨=૧×૪=૪ પઇ જવાબ.

(૫) ધા કાગળની કીમત જેટલા રૂપીઆ કહી હોય તો તેના આઠ ઘણા કરીએ તેટલી પઇનો એક કાગળ આવે.

દા. બે રૂપીએ એક ધા કાગળ મળે તો ૬ કાગળનું શું થશે.? ૨×૮=૧૬×૬=૯૬ પઇ ૮ જ.

(૬) ઘા કાગળની કીમત જેટલા રૂપીઆ કહ્યા હોય તેના બમણા કરીએ તેટલા આનાના ત્રણ કાગળ આવે.

દા. રૂ ૧ ના ઘા કાગળ મળે તો ૯ કાગળનું થશે?

૧×૨=૨×૩=૬ આના જવાબ.

(૭) જેટલી પાઈ આપી હોય તેટલા આના ધારી જેટલા ડઝન આપ્યાં હોય તેનાથી ગુણવા જે આવે તે જવાબ. દા. ૫ પાઇની એક પેનસીલ આવે તો ૨૪ ડઝનની કીમત શી? ૫×૨૪=૧૨૦ આના÷૧૬=૭રૂ.૮આ.જ.

(૮) જેટલા પેન્સ આપ્યા હોય તેટલા શિલિંગ ધારી જેટલાં ડઝન આપ્યાં હોય તેટલા એ ગુણવાથી જવાબ આવશે.દા. ૭ પેન્સની એક સ્લેટ મળે તો ૧૫ ડઝનની કીમત શી? ૭×૧૫=૧૦૫ શિ. =પૈાં. ૫–૫ શિ. જ.

ડઝન માટે.

(૧) જેટલા પૈસાનું ડઝન આવે તે પૈસાની પાગણી પઈનું એક નંગ આવે.

(૨) જેટલા આનાનું ડઝન કહ્યું હોય તેટલીજ પઇનું એક નંગ આવે.

(૩) જેટલા રૂપીઆનું ડઝન કહ્યું હોય તેટલાજ આનાનું પોણું નંગ આવે અને આખા નંગને સારૂ તેમાં તેથી ચારગણી પઈઓ નાંખવી...

દરજી અને કાપડીઆ માટે.

(૧) જેટલા રૂપીઆનું ગજ કહ્યું હોય તેથી ચાર ગણી પઇનું એક આંગળ સમજવું. (૨) જેટલે પૈસે ગજ કહ્યું હોય તેટલી પઈઓના આઠ તસુ સમજવા. (૩) જેટલે રૂપીએ ફૂટ કહ્યું હોય તેટલા આને ૦॥। ઇચ સમજવું અને એક ઇંચને સારૂ તેમાં ચારગણી પઇ નાંખવી.

(૪) જેટલે આને ફૂટ કહ્યું હોય તેટલીજ પઇનો એક ઇંચ આવે. (૫) જેટલે રૂપીએ વાર કહ્યું હોય તેટલા આનાનું ૨ા ઇંચ આવે. (૬) જેટલી પઇ આપી હોય તેટલા આના ધારી જેટલા ફુટ આપ્યા હોય તેનો ગુણાકાર કરવો જે આવે તે જવાબ. દા. જો ૭ પઇનું એક ઇચ લાંબુ લુગડું મળે તો ૨ ફુટ કપડાની કીમત શી. ૭×૨=૧૪ આના જવાબ.

ખેડુત તથા કુંભાર સારૂં.

(૧) જેટલા રૂપૈઆનાં હજાર કહ્યાં હોય તેટલા દોકડાનાં દસ નંગ આવે અને તેથી દશ ગણા દોકડાનાં ૧૦૦ નંગ આવે.

(૨) જેટલે આને હજાર કહ્યાં હોય તેટલી બદામનાં દશ નંગ આવે અને તેથી દશ ગણી બદામે ૧૦૦ નંગ.

(૩) જેટલે રૂપીએ વા આને સૈકુ કહ્યું હોય તો અનુક્રમે તેટલે આને વા પોણી પઇએ સવા ૭ નંગ સમજવા.

કણીઆ સારૂ.

(૧) જેટલા શિલિંગ આપ્યા હોય તેટલા પૈાંડ ધારી જેટલી ખાંડી આપી હોય તેનો ગુણાકાર કરવાથી જવાબ આવે.

દા. ૫ શિલિંગના એક મણ ઘઉં મળે તો ૪ ખાંડી ઘઉંની કીમત શી. ? ૫×૪=૨૦ પૈાંડ જવાબ.

(૨) જેટલી પાઈ આપીહોય તેટલા આના ધારી જેટલી માણી આપી હોય તેટલાનો ગુણાકાર કરવાથી જવાબ આવશે.

દા. જો ૭ પઇ એક માણસને આપીએ તો એક મણ બાજરી ભરેલો ટોપલો ઉચકી લાવે છે તો માણી બાજરીની કીમત શી. ? ૭×૯=૬૩ આના. ÷૧૬=૩. ૩-૧૫ આના. જવાબ.

(૩) જેટલા આના આપ્યા હોય તેટલા રુપીઆ ધારી તેના બમણા કરી જેટલાં બેડીઆં આપ્યાં હોય તે-

ટલાએ ગુણતા જે આવે તે જ. દા. ૧૫ આનાનો એક મણ બાવટો આવે તો ૭ બેડીઆની કીમત શી? ૧૫×૨×૭=૨૧૦ રૂ. જવાબ.

પરચુરણ.

(૧) જેટલાની કીમત માગી હોય તેટલાને ૧૬ એ ભાગવાથી જે આવે તેને એક ચીજની કીમત જેટલી આવી હોય તેટલાએ ગુણવાથી જવાબ આવશે. દા. ૯ આને એક ચોપડી મળે તો ૮૦ ચોપડીનું શું? $\frac{૮૦}{૧૬}\times૯=૪૫$ રૂ.જ.

(૨) જેટલી પઇ આપી હોય તેટલા રૂપીઆ ધારી જેટલા પૈાંડ આપ્યા હોય તે બેનો ગુણાકાર કરવાથી જવાબ આવશે દા. ૧૦ પાઇની એક દ્રામ દવા મળે તો ૨ પાૈંડ દવાની કીમત શી? ૧૦×૨=૨૦ રૂ. જવાબ.

પાંતી.

(૧) અમુક રકમ બીજી રકમમાં અમુક વખત પુરેપુરી સમાઇ રહે છે ત્યારે પહેલી રકમ બીજી રકમનો પંત્યાળુ ભાગ કહેવાય છે (૨) આપેલા દરે ભાગ પાડીને કીમત શોધી કાઢવાના હિસાબને પાંતીના હીસાબ કહે છે આવી રીતે મહાવરો પડ્યા પછીથી હિસાબ ઘણીજ ઝડપથી થાય છે.

(૩) પાંતી બે પ્રકારની છે એક સાદી અને બીજી મિશ્ર પાંતી.

પ્રકાર ૧ લો—અમુક પરિમાણના એકમની કીંમત આપી હોય તે ઉપરથી તેના તેજ પરિમાણના બીજા અંકોની કીમત શોધી કાઢવાની રીતીને સાદી પાંતી કહે છે, દા. ૨૪ રૂ. ૯ આ. ૬. ૧ તોલો સોનું મળે છે તો ૫૪ તોલાનું શું બેસશે. **પ્રકાર ૨ જો**—અમુક પરિમાણના એકમની કીમત આપી હોય તે ઉપરથી તેને લગતા બીજા તેના કરતાં નાના વા મોટા અંકોની કીમત કહા-

ડવાની રીતીને મીશ્ર પાંતી કહે છે.

સુચના—પાંતીના દાખલા એક કરતાં વધારે રીતીથી થઇ શકે છે. સારીને સરલ રીતીનો ઉપયોગ થવો તે વિદ્યાર્થીના તર્ક અને બુદ્ધી ઉપર આધાર રાખે છે. પણ અમુક આપેલા નિયમો ઉપર તેનો આધાર રહેતો નથી. બહુ મહાવરો તે એક સાચો મદદગાર છે. છતાં નિચેનાં બીના કંઇક ઉપયોગી થશે તેમ ધારી મૂકવામાં આવે છે.

પાંતીના હીસાબમાં ઉપયોગી ભાગોની નોંધ.

રૂપીઆના પૈસા સાથે ભાગ.	રૂપીઆના પૈ સાથે ભાગ.	રૂપીઆના આના પૈ સાથે ભાગ.
૧ પઇસો = ૧/૬૪	૧ પઇ = ૧/૧૯૨	આ.
૨ ,, = ૧/૩૨	૨ ,, = ૧/૯૬	૮—૦ = ૧/૨
૪ ,, = ૧/૧૬	૪ ,, = ૧/૪૮	૫—૪ = ૧/૩
૮ ,, = ૧/૮	૮ ,, = ૧/૨૪	૨—૮ = ૧/૬
૧૬ ,, = ૧/૪	૩૨ ,, = ૧/૬	૨—૦ = ૧/૮
૩૨ ,, = ૧/૨	૪૮ ,, = ૧/૪	૧—૪ = ૧/૧૨
	૬૪ ,, = ૧/૩	૧—૦ = ૧/૧૬
	૯૬ ,, = ૧/૨	
શેર અધોળનું મણ	**અધોળ અને શેર.**	૧¼ ,, ૧/૩૨
૨૦ શેર = ૧/૨	૮ અ. = ૧/૨ શેર.	૨ ,, ૧/૨૦
૧૦ શેર = ૧/૪	૪ ,, = ૧/૪	૧/૨ ,, ૧/૮૦
૮ ,, = ૧/૫	૨ ,, = ૧/૮	૧/૮ ,, ૧/૩૨૦
૫ ,, = ૧/૮	૧ ,, = ૧/૧૬	
શેર ૪ ,, = ૧/૧૦		**હંડ્રવટ અને પાઉન્ડ.**
૨ ૮ અધોળ = ૧/૧૬	**હંડ્રવેટ અને ટનનો.**	૫૬ પાઉન્ડ = ૧/૨
૨ શેર = ૧/૨૦	૧૦ હંડ્રવેટ = ૧/૨	૨૮ ,, = ૧/૪
૧ શેર ૪ અ. = ૧/૩૨	૫ ,, = ૧/૪	૧૬ ,, = ૧/૭
૧ શેર અ. = ૧/૪૦	૪ ,, = ૧/૫	૧૪ ,, = ૧/૮
૦।। શે. અ. = ૧/૮૦	૨½ ,, = ૧/૮	૮ ,, = ૧/૧૪
૦। શે. અ. = ૧/૧૬૦	૨ ,, ૧/૧૦	૭ ,, = ૧/૧૬

ક્વાટર ઑન પાઉન્ડ		૫ શી.	=૧/૪	૩	=૧/૮૦
૧૪ પાઉન્ડ	=૧/૨	પેન્સ			
૭ ,,	=૧/૪	૬–૮	=૧/૩	શીલીંગ	પેન્સ
૪ ,,	=૧/૭	૪ શી.	=૧/૫	૫ પેન્સ	=૧/૨
૩૧/૨ ,,	=૧/૮	શી. પેન્સ		૪ ,,	=૧/૩
૨ ,,	=૧/૧૪	૩–૪	=૧/૬	૩ ,,	=૧/૪
૧૩/૪ ,,	=૧/૧૬	૨–૬	=૧/૮	૨ ,,	=૧/૬
૭/૮ ,,	=૧/૩૨	૨–૦	=૧/૧૦	૧૧/૨ ,,	=૧/૮
૧ ,,	=૧/૨૮	૧–૮	=૧/૧૨	૧ ,,	=૧/૧૨
		૧–૪	=૧/૧૫	૩/૪ ,,	=૧/૧૬
પાઉન્ડ શીલીંગ		૧–૩	=૧/૧૬	૧/૨ ,,	=૧/૨૪
૧૦ શી.	=૧/૨	૬	=૧/૪૦	૧/૪ ,,	=૧/૪૮

સાદી પાંતીના દા. ૧) રૂ ૨–૧૧–૪ લેખે ૨૭૫ મણ ઘઉંની કીમત શી પડશે.

૮ આના =૧/૨ એક રૂપીઆનો
૨ ,, =૧/૪ આઠ આનાનો
૧ ,, =૧/૨ બે આનાનો
૪ ,, =૧/૩ એક આનાનો

૯૭. મણના ૨ રૂ ૧૧ આ ૪ પાઇ લેખે કીમત. શી ?

મીશ્ર પાંતી દા. ૨) ૩ રૂ ૫ આ. ૪ પાઇએ મણ ઘઉં મળે તો ૨૦ મણ ૧૭ શેર ૮ અંધાળનું શું પડશે.

રૂ આ પા એક રૂ લેખે મ
૨૭૫–૦–૦ ણની કીમત.
૨
૪૫૦—૦–૦
૧૩૭—૮–૦
૩૪—૬–૦
૧૭—૩–૦
૫–૧૧–૮
૬૫૪—૧૨–૮

૨૦=૫×૪
૧૦ શેર ૧/૪ એક મણના
૫ ,, ૧/૨ ૧૦ શેરના
૨૧/૨ ,, ૧/૨ ૫ શેરના

૩–૫–૪ એક મણની કીમત
૫
૧૬–૧૦–૮
૪
૬૬–૧૦–૮ ૨૦ મણની કીમત
૦–૧૩–૪ ૧૦ શેરની કીમત
૦—૬–૮ ૫ શેરની કીમત
૦—૩–૪ ૨૧/૨ ની કીમત
૬૮—૧–૦

આ દશાંથીમાં ભાગ પાડેલા છે જે દશાંથી તેમજ પાંતીમાં ઉપયોગી થાય.

શેર	મણનો		પાઇ.	રૂપૈઓ.	
૧	૧	=·૦૨૫	૧	૧	=·૦૦૫૨૦૮૩૩૮૫૪૧૬̇
૨	,,	=·૦૫	૩	,,	=·૦૧૫૬૨૫
૨½	,,	=·૦૬૨૫	૬	,,	=·૩૧૨૫
૪	,,	=·૧	૯	,,	=·૦૪૧૬̇
૫	,,	=·૧૨૫	આના.	રૂ. ૧.	
૮	,,	=·૨	૧	૧	=·૦૬૨૫
૧૦	,,	=·૨૫	૨	,,	=·૧૨૫
૧૬	,,	=·૪	૩	,,	=·૧૮૭૫
૨૦	,,	=·૫	૮	,,	=·૫
૩૦	,,	=·૭૫	૬	,,	=·૩૭૫
૩૨	,,	=·૮	૧૨	,,	=·૭૫
			ઇચ.	યાર્ડ.	
૩૫	,,	=·૮૭૫	૧	૧	=·૦૨૭̇
૩૯	,,	=·૯૭૫	૨	,,	=·૦૫̇
પેન્સ	પૌંડ				
૧	૧	=·૦૦૪૬̇	૪	,,	=·૧̇
૨	,,	=·૦૦૮૩̇	૪½	,,	=·૧૨૫
૩	,,	=·૦૧૨૫	૬	,,	=·૧૬̇
૪½	,,	=·૧૮૭૫	૭	,,	=·૧૯૪̇
૬	,,	=·૦૨૫	૯¾	,,	=·૨૭૦૮૩̇
૭½	,,	=·૩૧૨૫	૧૦	,,	=·૨૭̇
૫	,,	=·૦૨૦૮૩̇	ફુટ	યાર્ડ.	
૯¾	,,	=·૦૪૦૬૨૫	૧	૧	=·૩̇
૧૦	,,	=·૦૪૧૬̇	૨	,,	=·૬̇
૧૧½	,,	=·૦૪૭૯૧૬̇	૨½	,,	=·૮૩̇
			૨¼	,,	=·૭૫
			૨¾	,,	=·૯૧૬̇

શીલીંગ.	પૌંડ.		
૧ ૧	=·૦૫	૮ ,,	=·૪
૨ ,,	=·૧	૧૬ ,,	=·૮
૪ ,,	=·૨	૧૨ ,,	=·૬

પરચુરણ પાંતીને લગતા સેહેલાઇથી હીસાબ કરવાની રીતો.

(૧) એક વસ્તુની કીમત આપી હોય તે ઉપરથી ડઝન વસ્તુની કીમત કાઢવાની રીતી. **નિયમ ૧**—દરેક પેન્સને શીલીંગ ધારવો.

દા. જો એક વસ્તુની કીમત ૨ શીલીંગ ૪½ પેન્સ પડેતો ૨૪નું શું પડશે. ૨૪=૨ ડઝન છે માટે ૪½ શીલીંગ ધારી તેને બમણા કરવા=૯ ૨૪+૨=૪૮+૯=૫૭ શીલીંગ=૨–૧૭–૦ જ

નિયમ ૨—જો એકથી વધારે ડઝન વસ્તુઓની કીમત કાઢવી હોય તો ઉપર પ્રમાણે ડઝનની કાઢીને જેટલાં ડઝન રહ્યાં હોય તેણે ગુણી નાંખવા. દા. ઉપરના દાખલામાં ૫ ડઝનની કીંમત શી થશે.

૨૪+૪½=૨૮½×૫=૧૪૨½ શી. ૭પૌં–૨શી–૬પે

નિયમ ૩—ગમે તેટલી વસ્તુની કાઢવી હોયતો તેમાં સમાયલાં ડઝનની કાઢીને ઉપરની વસ્તુની જોડી દેવી

દા. ૨૭ની હોયતો ૨ ડઝનની ૨–૧૭–૦

૩ વસ્તુની ૦–૭ ¾ દરેકની ૨શી–૪½પે

૩–૪–¾ જ

જો કીંમતનો દર રૂપૈયા–આના–પૈનો હોયતો

નિયમ ૪—પૈને બદલે આના ધારવા જે એક ડઝનની કીંમત થશે. દા. ૨ આના ૩ પાઇ લેખે ડઝન વસ્તુની

કીંમતથી ૨×૧૨=૨૪+૩=૨૭=રૂ. ૧-૧૧-૦ જ. ગમે તેટલાં ડઝનની કીંમત કાઢવી હેાય તેા એક ડઝનની કાઢીને તેટલા ડઝને ગુણી નાંખવા. દા. ૪ આના લેખે ૪૦ વસ્તુની શી કીંમત પડશે. **નિયમ ૫**—વસ્તુને સેાલ ચીજનું ડઝન માનીને આનાને રૂપીઆ માનવા. ૧૬ ચીજ લેખે ૪૦ ના ૨½ ડઝન થયાં માટે ૪ આનાને ૪ રૂપીયા ધારીને ૨½×૪=૧૦ રૂ. જવાબ.

ઉપયેાગી આ ભાગનું માપ પાઉન્ડ અને હન્દ્રવેટની સાથે સારૂં બેસતુ આવે છે. કારણુ કે એક હન્દ્રવેટના ૧૧૨ પાઉન્ડ થાય એને ૧૬ ભાગવાથી ૭ આવે છે. માટે પાઉન્ડના જેટલા આના કહ્યા હેાય તેને રૂપીઆ ધારી ૭ ગુણવાથી તુરત ૧ હંદ્રવેટનેા જવાબ આવે છે ને તેને બમણા કરી ૦ ચઢાવી દેવાથી ટનની કીંમત નીકળે છે,

દા એક પાઉન્ડ ચાની કીંમત રૂ. ૧-૨-૦ પડે છે તેા એક ટનનું શું પડશે ૧-૨-૦=૧૮ આનાને રૂપીઆ ધારવાને તેને ૭ ગુણવા જે હંદ્રવેટની કીંમતે આવશે=૧૧૬ જેને બમણા કરવાથીને સુન્યે ઉપર મુકવાથી ટનના કીંમત થશે ૨૫૨૦ રૂપૈયા આના નિયમ કળસીને માટે પણ લાગુ પડે છે

૧૫ આને મણ બાજરી મળે છે તેા કળસીનું શું પડશે તેા આનાને રૂપિયા ધારવા એ જવાબ=૧૫

સુચના—આ પ્રમાણે માસ્તરેાએ આવા નિયમેા જ્યાં જ્યાં કામ પડે ત્યાં નવા બનાવીને છેાકરાઓને મનમાં ઠસાવવા.

પાઉન્ડ શીલીંગ પેન્સને ખાંડીને લગતી સહેલાઈ થઇ પડે છે તેમજ નંગ અને કેાડીને સાથે પણુ તેનેા ઉપયેાગ ઘણેાજ સરળ છે. દા ૧) ૫ શીલીંગના મણ ઘઉં મળે છે તેા એક ખાંડીનું શું બેસશે.

નીયમ ૧–શીલીંગને પાઉન્ડ ધારવા તે જ. ૫ પા.

દા ૨) એક નંગ એક વસ્તુની કીમત ૨ શી, ૫ પેન્સ પડે છે તેા એક કોડીનું શું પડશે. જ. ૨ પા. ૧૦શી. તેવીજ રીતે ૧૦૦ ઉપર કાઢવું હેાયતેા જેટલા પેન્સ આવેલા હેાય તેને વાજે કીંમત આપેલી હેાય તેને (૫) પેન્સ કરી તેને બમણા કરવા તે જવાબ.

દા. ૫½ પેન્સની એકમાંનાંની જોડ મળે છે તેા ૧૦૦ નું શુ બેશસે. ૫½=પા પેન્સ=૨૨ ફારધીંગ કરી તેને શીલીંગ ધારવા. ૨૨ ને તેના બમણા કરવા તે ૪૪ થયા જેટલા શીલીંગ જ. પાઉન્ડ ૨ શા. ૪–૦ જ.

ઉપયેાગી—જો શીલીગમાં કીમત આપેલી હેાય તેા તેને ૦। ભાગ કરી પાઉન્ડ ધારવા ૫½ શીલીંગની એક લેમ્પ મળે છે તેા ૧૦૦ નું શું પડશે. ૨૨ પા ભાગ થયા તેટલા પાઉન્ડ જવાબ.

સુચના ૧–પાંતીમાં પ્રમાણ ભાગેા જેમ ઉમેરીને હીસાબ કરીએ છીએ તેમ તે પ્રમાણે ભાગેા બાદ કરીને પણ કરી શકાય,દા. ૧૫ આના પ્રમ્રાણે શી કીમત બેશશે.

૧૫ આના એ રૂપીયામાં ૧/૧૬ ભાગ ઓછાછે.

૧૫૦×૧=૧૫૦

૧૫ આના એ રૂ ૧૦ ૧/૧૬ ઓછા છે.	૯–૬–૦	બાદબાકી કરવાથી.
	૧૪૦·૧૦·૦	જ.

રૂપીઆ અને આનાનેા સંબંધ બતાવનારા ભાગેા.

આ.	[ભા. ઓ. છે.		
૧૫ આ. રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૧૬}$ માં		૧૧ પા. આ. $\frac{૧}{૧૨}$	ભા. ઓ. છે.
૧૪ આ. રૂ. ૧ મા $\frac{૧}{૮}$ માં	,,	૧૦ ,, ,, $\frac{૧}{૬}$	,, ,,
૧૨ આ. રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૪}$ માં	,,	૯ ,, ,, $\frac{૧}{૪}$	,, ,,
૧૩-૪ પા.રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૬}$ માં	,,	૮ ,, ,, $\frac{૧}{૩}$	,, ,,
૧૪-૮ પા.રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૧૨}$ માં	,	૬ ,, ,, $\frac{૧}{૨}$	,, ,,
૧૨-૮ પા.રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૫}$ માં	,,	૪ ,, ,, $\frac{૨}{૩}$	,, ,,
૮-૦ પા.રૂ. ૧ માં $\frac{૧}{૨}$ માં	,,	૧૦$\frac{૧}{૨}$,, ,, $\frac{૧}{૮}$	,, ,,

પાઉન્ડ શીલીંગના બાગો.	પેન્સ શીલીંગ.
૧૯ શી, પા.માં $\frac{૧}{૨૦}$ માં બા.	૧૧ પે. એ. શી. $\frac{૧}{૧૨}$ માં બા. ઓછો છે.
૧૮-૯ પે. ,, $\frac{૧}{૧૬}$,, ,,	
૧૮-૦ ,, ,, $\frac{૧}{૧૦}$,, ,,	
૧૬ ૦ ,, ,, $\frac{૧}{૫}$,, ,,	
૧૫ ૦ ,, ,, $\frac{૧}{૪}$,, ,,	
૧૮-૪ ,, ,, $\frac{૧}{૧૨}$,, ,,	
૧૬-૮ ,, ,, $\frac{૧}{૬}$,, ,,	
૧૩-૪ ,, ,, $\frac{૧}{૩}$,, ,,	
૧૭-૬ ,, ,, $\frac{૧}{૮}$,, ,,	

ને બાકીના બાગો આગળ આના પૈના ભાગોની બરાબર છે કારણ કે આનાની પૈ બાર અને શીલીંગના પેન્સ પણ બાર છે.

સુચના અમુક પરીમાણમાં એનો સબંધ બતાવનાર સંખ્યાના અડધા ભાગથી વધારે ઓછા ભાગ બાદ કરવાની વાત જ્યાં આવે ત્યાં બાદ કરવા કરતાં ઉમેરવાની રીતી સહેલી છે માટે અડધની નીચેને વાસ્તે આ નિયમનો અમલ ન કરવો. દા. ૪ આના એ રૂ.૧ માં $\frac{૩}{૪}$ ઓછાછે આવા દાખલામાં ઓછાપણું બતાવનારી રીતે હીસાબ કરવા કરતાં વધારેપણું બતાવનારી રીતી સહેલી થશે.

ગુણોત્તર.

નાનુ, મોટું થોડું ઘણું વિગેરેનો વિચાર અમુક જાતના પદાર્થો સરખાવવાથી આવે છે. શીલીંગને પેન્સ સાથે સરખાવતાં તે મોટો માલમ પડે છે પણ તેને પાઉન્ડ સાથે

સરખાવતાં તે નાનો માલમ પડે છે. આનાને પૈસા સાથે સરખાવતાં તે મોટો માલમ પડે છે પણ તેને રૂપીઆ સાથે સરખાવતાં તે નાનો છે. તેવીજ રીતે ૧૦ શેરને ૫ શેરની સાથે સરખાવતાં ૧૦ શેર વધારે છે પણ ૪૦ શેર સરખાવતાં તે ઓછા છે. ને આ પ્રમાણે સંખ્યા તેમજ બીજા બધા વિષે સમજવું.

૧) એક સંખ્યાનો બીજી તેજ જાતની સંખ્યા સાથેનો મોટાપણા વા લઘુપણાનો સંબંધ તેનું નામ એક બીજી સંખ્યાનું ગુણોત્તર છે. જે બે સંખ્યાનું ગુણોત્તર બતાવવું હોય તેમાંની પહેલીને અગ્રસર અને બીજીને ઉપાગ્રસર કહે છે અને તે બે ભેગી લેઇને બોલવું હોય તો તેને યુગ્મ કહે છે. યુગ્મનાં પદની વચમાં (:) આવું ચિન્હ મૂકાય છે. **સુચના**—યુગ્મનું ગુણોત્તર કેટલું છે તે જાણવાને સારૂં અગ્રસરને અંશમાં મૂકીને તેની તળે છેદમાં ઉપાગ્રસર મૂકવા ને પછી તેમનો અતિ સંક્ષેપ કરવો. (૨) અગ્રસરને ઉપાગ્રસરે ભાગવા.

૧૫: ૧૨ ∴ $\frac{૧૫}{૧૨}=\frac{૫}{૪}$ જ. ગુણોત્તર.

સુચના ૨) કોઈ અગ્રસર અને ઉપાગ્રસરને એકજ રકમે ગુણીએ વા ભાગીયે તો ગુણોત્તરમાં ફરક પડતો નથી.

દા. ૧૫:૧૨ બન્નેને ૩ ભાગ્યા.

૧૫÷૩=૫ ૧૨÷૩=૪. ૧૫:૧૨=૫:૪.

દા. ૫:૪ બન્નેને ૩ ગુણ્યા.

૫×૩=૧૫ ૪×૩=૧૨. ૫=૪=૧૫:૧૨.

સુચના ૩) અગ્રસર ઉપાગ્રસરમાં એકજ રકમ ઉમેરીયે તો ગુણોત્તર વધશે ને તેજ રકમ બાદ કરીયે તો

ગુણોત્તર ઘટશે.દા.૧૧:૧૨. ૧૧+૨=૧૩=$\frac{૧૩}{૧૪}$.૧૨+૨=૧૪. ૧૧:૧૨. ૧૧−૨=૯=$\frac{૯}{૧૦}$. ૧૨−૨=૧૦. $\frac{૧૩}{૧૪}$ એ $\frac{૧૧}{૧૨}$ થી મોટું છે. $\frac{૧૧}{૧૨}$ થી $\frac{૯}{૧૦}$ એ નાનું છે.

સુચના-૩ જ્યારે ઉપાગ્રસરને ગુણોતરે ગુણવામાં આવેછે ત્યારે તેમનો ગુણાકાર તે અગ્રસર થાય છે અને જ્યારે અગ્રસરને ગુણોત્તરે ભાગવામાં આવેછે ત્યારે ઉપાગ્રસર માલમ પડે છે. દા. ૮:૪.∴ તેમનું ગુણોત્તર $\frac{૮}{૪}$=૨. ઉપાગ્રસર×ગુણોત્તર=અગ્રસર=૪×૨=૮ અગ્રસર.અગ્રસર÷ગુણોત્તર=ઉપાગ્રસર=૮÷૨=૪ ઉપાગ્રસર.

પ્રમાણ.

જ્યારે બે ગુણોત્તર બરાબર હોય અને તે એક પછી એક એમ સાથે લખાયલાં હોય ને તેમની વચ્ચેનું ચિન્હ હોય છે ત્યારે તેને પ્રમાણ કહેવાય છે.

દા. ૧૦=૧૨=૨૫=૩૦ એટલે ૧૦,૧૨,૨૫,૩૦, એ ચાર પદ વચ્ચે પણ પ્રમાણ છે.

સુચના-૧ ગુણોત્તરમાં=ચિન્હને બદલે :: આવુ પણ ચિન્હ મૂકાય છે.

પ્રમાણુ ભાગ.

પ્રમાણુ ભાગમાં ચાર ભાગ આવે છે, જેમાંનાં છેલ્લાં બે પ્રમાણો અંત્ય પ્રમાણો કહેવાય છે. અને વચલાં બે પ્રમાણો મધ્ય પ્રમાણો કહેવાય છે.

ઉપયોગી.

અંત્ય પ્રમાણોનો ગુણાકાર તે મધ્ય પ્રમાણોના ગુણાકાર બરોબર છે.

દા. ૮=૨::૧૨=૩.∴૮×૩=૨૪=૧૨×૨=૨૪.

"અંત્ય બે પ્રમાણોનો ગુણાકાર મધ્ય બે પ્રમાણોના ગુણાકાર બરોબર થાય છે." તે વાતનું જ્ઞાન થવાથી ગમે તે ત્રણ પ્રમાણો આપ્યાં હોય તે ઉપરથી ચોથું પ્રમાણ શોધી કહાડાયછે ને આ ઉપરથીજ ત્રીરાશીનું બંધારણ છે.

નીચેનાં પ્રમાણોથી બાકી રહેલું પ્રમાણ ગોતી કાઢો.

(૧) ૧:૨::૯:૩ $\frac{\text{મધ્યપદોનો ગુણાકાર}}{\text{અંત્યપદ}}$=આદીપદ $\frac{૨\times૯}{૩}$=૬ જ.

(૨) ૩:૧::૫:૨૦ $\frac{\text{અંત્યપદોનો ગુણાકાર}}{\text{મધ્યપદ}}$=બાકીનું મધ્યપદ $\frac{૨૦\times૩}{૫}$ =૧૨ જવાબ.

(૩) ૫:૭::૧:૨૧ $\frac{\text{અંત્યપદોનો ગુણાકાર}}{\text{મધ્યપદ}}$=બાકીનું મધ્યપદ $\frac{૨૧\times૫}{૭}$ =૧૫ જવાબ.

(૪) ૬:૯::૪:૧ $\frac{\text{મધ્યપદોનો ગુણાકાર}}{\text{આદીપદ}}$=અંત્યપદ $\frac{૯\times૪}{૬}$=૬ જ.

ઉપયોગી. ત્રીરાશીમાં જે જાતનો જવાબ આવવાનો હોય તે ત્રીજું પદ જાણવું પ્રથમનાં બે પદ એકજ જાતનાં હોવાં જોઇએ. જો જવાબ વધારે આવવાનો હોય તો પ્રથમપદ નાનું અને જવાબ ઓછો આવવાનો હોય તો પ્રથમપદ મુકવું. હવે બીજાને ત્રીજાનો ગુણાકાર કરીને પ્રથમપદે ભાગવાથી જે આવે તે જવાબ. પંચરાશી, સપ્તરાશી અને બહુરાશીમાં પણ આજ નીયમ લાગુ પડે છે.

દા. રૂ. ૧૫–૪ આ. મણ ઘી મળે તો ૧૨ મણ અને ૨૦ શેરનું શું પડશે ?

૧૫$\frac{૪}{૧૬}$=$\frac{૬૧}{૪}$ ૧૨$\frac{૨૦}{૪૦}$=૧૨$\frac{૧}{૨}$=$\frac{૨૫}{૨}$ ૧ : $\frac{૨૫}{૨}$ :: $\frac{૬૧}{૪}$ રૂ.

$\frac{૬૧}{૪}\times\frac{૨૫}{૨}$=$\frac{૧૫૨૫}{૮}$=૧૯૦ રૂ. ૧૦ આના જવાબ.

પ્રમાણુની ફેર બદલી.

પ્રમાણુની ફેર બદલી ઘણી રીતે થાય છે પણ અત્રે થોડીક જાણુવા જેવી છે તે આપેલી છે.

(૧)આપેલા પ્રમાણના ગુણોતરના પદોનો ઉથલો કરવાથી.

દા) ૧૨:૧૫=૧ =૨૦.

ઉથલો. બીજુ:પહેલુ=ચોથુ=ત્રીજુ.

૧૫=૧૨=૨૦=૧૬.

$$\frac{૧૫\times૧૬}{૧૨\times૧૬}=\frac{૧૨\times૨૦}{૧૨\times૧૬}$$

.·.૧૫:૧૨:: ૨૦:૧૬.

ક્રીતિ. મધ્ય પદોનો ગુણાકાર તે અંત્ય પદોના ગુણાકાર બરોબર માટે. ૧૫×૧૬=૧૨×૨૦

(૨) પહેલુ પદ:ત્રીજુ પદ::બીજુ:ચોથું અરસપરસ બદલવાથી.

દા) ૧૨:૧૫=૧૬:૨૦.
૧૨:૧૬=:૧૫:૨૦.

૧૨:૧૫=૧૬:૨૦. .·. $\frac{૧૨}{૧૬}=\frac{૧૫}{૨૦}$
૧૨×૨૦=૧૬×૧૫.

(૩) મીશ્ર કરવાથી પહેલું+બીજુ:બીજુ::ત્રીજુ+ચોથુ:ચોથુ; દા. ૧૨+૧૫:૧૫::૧૬+૨૦:૨૦ .·.૨૭:૧૫::૩૬:૨૦.

(૪) ઓછા કરવાથી પહેલુ—બીજુ:બીજુ::ત્રીજુ-ચોથુ:ચોથુ દા. ૧૨:૧૫::૧૬=૨૦; ૧૨—૧૫=૧૫=૧૬—૨૦=૨૦ .·.-૩:૧૫=૪:૨૦.

ત્રીરાશીમાં સમ અને વ્યસ્ત પ્રમાણુની સમજ.

જ્યારે કોઇ બે પરિમાણો વચ્ચે એવો સબંધ હોય કે એક વધવાથી બીજુ વધે વા એક ઘટવાથી બીજુ ઘટે ત્યારે તે પરિમાણુ સમ પ્રમાણુમાં કહેવાય છે.

દા. વધારે રૂપીઆ વટાવે છે ત્યારે વધારે પૈસા આવે છે ને થોડા વટાવે છે ત્યારે થોડા આવે છે.

(૨) વધારે કલાક વાંચે છે ત્યારે વધારે પાનાં વંચાય છે થોડા કલાક વાંચે છે ત્યારે થોડાં પાનાં વંચાય છે.

જ્યારે કોઇ બે પ્રમાણો વચ્ચેનો સબંધ એવો હોય

કે એક ઘટવાથી બીજુ વધે અને એક વધવાથી બીજું ઘટે ત્યારે તે વ્યસ્ત પ્રમાણમાં કહેવાય છે.

દા, વધારે માણસ ખાનાર હોય તેા અનાજનેા અમુકજથેા થેાડા દીવસ ચાલે અને ખાનારની સંખ્યા થેાડી હાેયતેા ખેારાક વધારે દીવસ ચાલે.

સાદા ત્રીરાશીની રીતી.

(૧) જવાબને માટે ચેાથાપદની જગા ખાલી રાખી ત્રીજે પદે જે જવાબ આવવાનેા હાેય તે જાતની રકમ મૂકવી.

(૨) બાકી રહેલાં બે પદને પ્રથમ ગુણેાત્તરના અગ્રસર અને ઉપાગ્રસરને જો જવાબ ત્રીજાપદ કરતાં વધારે આવવાનેા હાેય તેા અગ્રસર નાનું રાખવું ને ઉપાગ્રસર મેાટું રાખવું ને જો ત્રીજા પદ કરતાં મેાટેા આવનાર હાેય તેા અગ્રસર મેાટું રાખવું ને ઉપાગ્રસર નાનુ મૂકવું.

(૩) જો પ્રથમ બે પદેા એક રૂપના પરિમાણનાં ન હાેય તેા તેમને એકજ જાતનાં બનાવવાં.

(૪) આ ત્રણે પદેા સાદી સંખ્યા છે એમ માનીને બીજા ને ત્રીજાનેા ગુણાકાર કરવેા ને પ્રથમ પદથી ભાગવા જે ભાગાકાર આવે તે જવાબ.

સમ અને વ્યસ્ત પ્રમાણ હાેય તે ધ્યાનમાં રાખી પદ મૂકતાં વિચાર કરવેા.

બહુરાશી.

રીતી. ૨ ચેાથુ પદ જવાબ સારૂ ખાલી રાખીને ત્રીજે પદે જે જાતનેા જવાબ આવવાનેા હાેય તે પદ મૂકવું હવે બાકી રહેલી સંખ્યામાં જે એકજ જાતનાં હાેય તેવી બે સંખ્યાઓ લેવી તેમને સરખારૂપમાં લાવીને (સમ વ્યસ્તનેા વિચાર કરીને) એકને પહેલે પદે મૂકવી અને બીજીને

બીજે પદે મૂકવી. આવિરીતે જેટલાં એક સરખી જાતનાં જોટકાં હોય તેમને (સમવ્યસ્તનો વિચાર કરીને) પ્રથમ માફક પહેલા બીજા પદ નીચે મૂકવા. પછીથી બીજાને ત્રીજા પદની સઘળી રકમોના ગુણાકારને પ્રથમ પદની સઘળી રકમોના ગુણાકારે ભાગવા જે આવે તે જવાબ.

દા. જો ૬ માણસો ૧૦ કલાક પ્રમાણે કામ કરીને ૩૦૦ યાર્ડ લાંબી ભીંત ૧૨ દીવસમાં ચણે છે તો ૨ માણસો ૧૨ કલાક પ્રમાણે કામ કરીને ૪૫૦ યાર્ડ લાંબી ભીંત કેટલા દીવસમાં બાંધશે?

$$\left.\begin{array}{rcl} ૩૦૦ & :: & ૩૫૦ \\ ૨ & :: & ૬ \\ ૧૨ & :: & ૧૦ \end{array}\right\} :: ૧૨ \quad \frac{૧૨ \times ૩૫૦ \times ૬ \times ૧૦}{૩૦૦ \times ૨ \times ૧૨} = ૩૫ \text{ જ.}$$

પ્રમાણ અને ત્રીરાશીને લાગુ પડે તેવી ટુંકી રીતો.

(અ) એક વસ્તુની કીમત અને વસ્તુઓ આપી હોય તો વસ્તુઓને આપેલી કીમતનો ગુણાકાર કરવો.

દા. રૂ ૧૫ એક તોલો સોનું મળે છે તો ૧૪ તોલાનું શું બેશસે ૧૫×૧૪=૨૧૦ જવાબ.

(બ) વસ્તુઓ અને તેની પડેલી કીમત આપેલી હોય તો એકની કીમત સારૂ વસ્તુઓ ઉપર પડેલી કીમતને તે વસ્તુઓએ ભાગવા. દા. ૧૪ તોલા સોનાની કીમત ૨૧૦ રૂ. પડેછે તો ૧ની શી પડશે. $\frac{૨૧૦}{૧૪}$=૧૫ જવાબ.

એક વસ્તુની કીમત અને કુલ માલ ઉપરની કીમત આપી હોય તો માલ કેટલો છે તેને માટે ભાવની કીમતને એક વસ્તુની કીમતે ભાગવા. દા. એક તોલા સોનાની કીમત. ૧૫ રૂ. પડેછે, ને કુલ સોનું લીધું તેની કીમત ૨૧૦ રૂપૈઆછે તો સોનું કેટલું? $\frac{૨૧૦}{૧૫}$=૧૪ તોલા.

જો પ્રમાણુ ભાગમાં કંઇ વહેંચવાનું હોય તો નીચેના નીયમો લગાડવા.

દા. ૧) ૯૦૯ રૂ. अ, ब, क વચ્ચે અનુક્રમે ૨,૩.૪ ના પ્રમાણુમાં વહેંચવાના છે તો દરેકને ભાગ શું આવશે.

સુચના રીતી–આવા દાખલામાં જે પ્રમાણુ આપેલ હોય તેમનો સરવાળો કરવો ને જે આવે તેણે આખી રકમને ભાગીને દરેકના પ્રમાણે ગુણવાથી તેનો ભાગ આવશે. $\frac{૯૦૯}{૯}$=૧૦૧ ૨+૩+૪=૯ હવે अ નું પ્રમાણુ ૨ છે તો તેણે ગુણવાથી अ=૨ મા ∴૨૦૨; ब=૩ મા ∴૩૦૩ અને क=૪ મા ∴ ૪૦૪

સુચના ૨–આવી જાતના અઘરા દાખલામાં પણુ નિયમ આનો આજ હોય છે માટે તેમાં ગુચવણુ શી છે. તે બરાબર સમજી આ નિયમ લાગુ પાડવો.

દશાંશ અપુર્ણાંક.

સાધારણ સંખ્યા લખવાના નિયમ ઉપરથી એમ માલમ પડે છે કે. સંખ્યાના અંકની કીમત જમણી બાજુએ ડાબી બાજુથી એક સ્થળ ખસેડવાથી દશ ગણી ઓછી થાય છે અને જમણીથી ડાબી બાજુએ ખસેડવાથી દશ ગણી વધે છે. હવે જો અમુક અંક હજાર છે એમ બતાવતો હોય તો તેની જમણી તરફનો નજીકનો એક સો બતાવશે. અને તેની જમણી તરફનો બીજો એક દશ બતાવશે અને એ પ્રમાણે આગળ ચાલશે આ ઉપરથી વિચારીશું તો એકમની જમણી બાજુનો પહેલો અંક દશક દર્શક છે બીજો સતક દર્શક છે અને એ પ્રમાણે અનુક્રમે દશ દશથી વધતા જાય છે.

સંખ્યાના અંકો દશ દશથી વધે છે વા ઓછા થાય છે તે ઉપરથી જે અપુર્ણાંકના છેદ દશ વા દશનો કોઇ

પણ ઘાત છેદમાં હોય તેને દશાંશ અપુર્ણાંક કહે છે.

ઉપર બતાવેલી સંખ્યા લખવાની રીતમાં એકમ કયેા છે તે બતાવવાને વાસ્તે એક (·) આવું ટપકું કે જેને દશાંશમાં દશાંશ ચિન્હ કહે છે તે મૂકવામાં આવે છે ને આ ચિન્હની ડાબી બાજુએ પહેલેા આંકડેા એ એકમનેા આંકડેા કહેવાય છે ડાબી બાજુ તરફના અંકેા અપુર્ણાંક કહેવાય છે અને જમણી તરફના દશાંશ કહેવાય છે.

ઉપરનું સઘળું ધ્યાનમાં લેતાં દશાશ અપુર્ણાંક લખવાની એવી રીત નીકળે છે કે છેદમાં જેટલાં શુન્ય હેાય અથવા દશનેા જેટલામેા ઘાત હેાય તેટલા અંશના જમણી તરફથી અંકેા ગણીને દશાંશ ચિન્હ મૂકવું, આ દશાંશ ચિન્હ મૂકયા પછી જોડેની બાજુએ અંક રહે તેા તે અંકને અપુર્ણાંક જાણવા. જો અંશમાં છેદનાં મીડાં વા દશના ઘાત જેટલા અંકેા ન હેાય તેા દશાંશ ચિન્હ મૂકતાં પહેલાં અંશમાં ડાબી બાજુ તરફ શુન્યેા મૂકી અંકેા પુરા કરવા, આ ટપકાનું કામ તેજ છે કે તે પુર્ણાંક અને દશાંશના અંકેાને જુદા પાડે છે.

દા. ૧) $\frac{૨૨૫}{૧૦૦૦}$=·૨૨૫ જ. દા. ૨) $\frac{૫૨૮૯}{૧૦૦૦}$=૫·૨૮૯ જ.
દા. ૩) $\frac{૧૧૨}{૧૦૦૦૦}$= ·૦૧૧૨ જ.

સુચના દશાંશ સંખ્યા લખવામાં હમેશાં છેદ લખવામાં નથી આવતા પણ જ્યારે તેમને અપુર્ણાંકમાં લખવા હેાય તેા છેદ દશાંશ ચિન્હ મૂકેલા સ્થળ ઉપરથી શેાધી કાઢવામાં આવે છે.

કેાઇપણ દશાંશને અપુર્ણાકમાં લખવાની રીત.

રીતી ૧–આપેલી રકમમાંથી દશાંશ ચિન્હ કાઢી નાંખી તે રકમ અંશમાં લખવી. અને તેની અંદર જેટલાં

દશાંશ સ્થળ હોય તેટલાં મીડાં એકડા ઉપર ચઢાવીને છે· દમાં મૂકવો. પછી તેનો સંક્ષેપ કાઢવો. જે આવે તે જ· દા. ·૦૦૭૫ એને અપુર્ણાંકનું રૂપ આપો.

$\frac{૭૫}{૧૦૦૦૦}=\frac{૩}{૪૦૦}$ આ દશાંશ ચિન્હ પછી દશાંશ સ્થળ ચાર છે તો ૭૫ નીચે લીટી દોરી એકડા ઉપર ચાર મીડાં ચઢાવવાં. ત્યાર પછી એમનો ૨૫ એ સંક્ષેપ જાય તો બાકી $\frac{૩}{૪૦૦}$ રહ્યા માટે જવાબ $\frac{૩}{૪૦૦}$ આવ્યો.

દશાંશના દરેક અંકની કીંમત કાઢવી હોય તો જે સ્થળે તે અંક હોય તે સ્થળનો જેટલો છેદ તે અંકનીની· ચે મૂકવો આ પ્રમાણે બધા અંકોનું જે અપુર્ણાક આવે તેમનો સરવાળો કરવો જે આવે તે આખી રકમનું અ· પુર્ણાકનુંરૂપ આવ્યું જે અપુર્ણાક આવ્યું તે જવાબ.

દા. ·૨૨ અપુર્ણાકનુંરૂપ આપો. $\frac{૨}{૧૦}+\frac{૨}{૧૦૦}=\frac{૨૨}{૧૦૦}=\frac{૧૧}{૫૦}$ જવાબ એ રીતે જો વધારે અંકનું અપુર્ણાક કાઢવું હો· ય તો આગળ કરતા જવાથી આવશે.

૧) દશાંશ ચિન્હની જમણીબાજુએ આવેલા આંકડા ઉપર શુન્યો મૂકવાથી દશાંશની કીંમતમાં કંઇ પણ ફેર પડ· તો નથી. દા. ·૧૨૯ $\frac{૧૨૯}{૧૦૦૦}$ વળી.૧૨૯૦$=\frac{૧૨૯૦}{૧૦૦૦૦}=\frac{૧૨૯}{૧૦૦૦}$ =·૧૨૯

૨) દશાંશ ચિન્હની જમણી બાજુએ આવેલા આં· કડાઓ અને દશાંશ ચિન્હની વચમાં એક શુન્ય મૂકવાથી તે દશાંશની દશ ગણી કીંમત ઓછી થાય છે

દા. ·13 ∴ $\frac{૧૩}{૧૦૦}$
·013= $\frac{૧૩}{૧૦૦૦}$
·0013= $\frac{૧૩}{૧૦૦૦૦}$

} આ પ્રમાણે એક એક મીડુ વ· ધવાથી દશાંશની કીમત દશ દ· શ ઘણી ઓછી થતી જાય છે.

૩) જો કોઇ સંખ્યાનું દશાંશ ચિન્હ જમણી બા· જુએ ૧, ૨, અથવા ૩વા તેથી પણ વધારે સ્થળો ખસે·

કવામાં આવે તો તે સંખ્યાને અનુક્રમે ૧૦, ૧૦૦. ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦, એ &c ગુણાય છે. દા. ·૨૪૧

·૨૪૧×૧૦=૨·૪૧ કારણકે ·૨૪૧×૧૦=$\frac{૨૪૧}{૧૦૦૦}$×૧૦=$\frac{૨૪૧}{૧૦૦}$ ૨$\frac{૪૧}{૧૦૦}$=૨·૪૧ અને એ પ્રમાણે આગળ.

૪) દશાંશ સંખ્યાનું દશાંશ ચિન્હ ડાબી બાજુએ ૧, ૨, વા ૩,વા એથી પણ વધારે સ્થળો ખસેડવામાં આવે તો તે સંખ્યાને અનુક્રમે ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦ વિગેરેથી ભગાય છે.

દા. ૨·૪૪૧

૨·૪૪૧÷૧૦=·૨૪૪૧ કારણકે ૨·૪૪૧÷૧૦=$\frac{૨૪૪૧}{૧૦૦૦}$ ×$\frac{૧}{૧૦}$=$\frac{૨૪૪૧}{૧૦૦૦૦}$=·૨૪૪૧ જવાબ. અને એ પ્રમાણે આગળ.

દશાંશ સરવાળો.

રીતી એક નીચે એક દશાંશ ચિન્હ આવે તેમ બધી રકમો મૂકો તેમજ અંકો પણ એક નીચે એક આવે એવી રીતે ગોઠવો. જો સરવાળો કરવાની રકમોમાં કોઇ રકમ મોટી હોય તો તે મોટીની બરાબર બીજી રકમ કરવા સારૂ નાની રકમ ઉપર મોટીનાં વધારે અંક જેટલાં મીડાં ચઢાવવાં અથવાતો એમને એમ રહેવા દેવી; મીડાં ચઢાવવાની રીત એટલા સારૂ છે કે શીખનારને સમજણ પડે. પછી આપણી સાદી રીત પ્રમાણે સરવાળો કરીને જ્યાં આગળ દશાંશ ચિન્હ હોય એટલે દશાંશ ચિન્હની નીચે દશાંશ મૂકવું. જે આવે તે જવાબ.

દા. ૧) ૪·૭૫	દા. ૨) ૪૬૫·૯
૧૪·૧૨૫	૫૫·૯૮૮
·૯૭૮૯	૫·૭
·૫૪	·૫૬૩૬
૨૦·૨૯૩૯	૫૩૧·૦૫૩૬ જવાબ.

દશાંશ બાદબાકી.

રીતી—કોઇ પણ રકમમાંથી અમુક રકમ બાદ કરવી હોય તો સરવાળાની માફક દશાંશ ચિન્હ નીચે દશાંશ ચિન્હ અને દશાંશ અંક નીચે દશાંશ અંક મૂકવા અને જો કદાચ જે સંખ્યામાંથી અમુક સંખ્યા બાદ કરવાની છે તે સંખ્યા નાની હોય તો જે સંખ્યા બાદ કરવાની છે તેમાંથી નાની સંખ્યા બાદ કરવી. પછી જેવી રીતે બાદબાકી કરીએ છીએ તેવી રીતે સાદી બાદબાકી કરવી ને જ્યાં આગળ દશાંશ ચિન્હ હોય ત્યાં આગળ મૂકવું જે આવે તે જ. દા. ૨૫૬·૫૬૫૯ તેમાંથી બાદ ૨૧·૫૪૬૪૫૬.

```
 ૨૫૬·૫૬૫૯
  ૨૧·૫૪૬૪૫૬
───────────
 ૨૩૫·૦૧૯૪૪૪      જવાબ.
```

દશાંશ ગુણાકાર.

રીતી જેવી રીતે આપણે સાદા ગુણાકાર કરીએ છીએ તેવી રીતે ગુણાકાર કરવો પછી ગુણ્ય અને ગુણકનાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ થાય તેટલાં સ્થળ ગુણાકારની જમણી તરફથી ગણી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. જો ગુણાકારમાં આંકડા થોડા હોય ત્યાં જમણી તરફ મીંડાં વધારી પુરા કરવા. જે આવે તે જવાબ.

```
દા. ૧)    ૪૪૫·૫૬              દા. ૨)
           ૪૫·૨૫૬             ·૬૨૩×·૦૦૩૨
          ────────            ·૬૨૩
           ૨૬૭૩૩૬             ·૦૦૩૨
          ૨૨૨૭૮૦              ──────
          ૮૯૧૧૨               ૧૨૪૬
        ૨૨૨૭૮૦                ૧૮૬૯
       ૧૭૮૨૨૪               ────────
      ────────────          ·૦૦૧૯૯૩૬  ·૦૦૧૯૯૩૬ જ.
      ૨૦૧૬૪·૨૬૩૩૬ જ.
```

દશાંશભાગાકાર.

રીતી अ. પહેલાં સાદી રીતે ભાજ્યનાં શાંશ સ્થળમાંથી ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરી બાકી રહે તેટલા અંક ભાગાકારની જમણી બાજુ તરફથી ગણી દશાંશ ચિન્હ મૂકવુ. પણ જો બાકી રહેલા અંક જેટલા ભાગાકારના અંક ના હોયતો ભાગાકારની જમણી બાજુથી અપુર્ણ જેટલા અંક ખુટતા હોય તેટલાં ડાબી બાજુએ મીડાં ચઢાવી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું.

દા. ૧૧·૭૬૪÷૩·૪૬

૩·૪૬)૧૧·૭૬૨(૩·૪ જ.

આ દાખલમાં ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ ત્રણ છે ને ભાજકનાં બે છે તો ત્રણમાંથી બે બાદ કર્યાતો એક આવ્યો તો ભાગાકારની જમણી બાજુએ પહેલો અંક ૪ છે તે કાપી દશાંશ ચિન્હ મૂકયું છે

ब જો ભાજ્યના કરતાં ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ વધારે હોય તો ભાજકમાંથી ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરી બાકી રહે તેટલા મીડાં ભાગાકાર ઉપર જમણી બાજુએ ચઢાવવાં.

દા. ૧૧·૭૬૪÷·૦૦૩૪૬

·૦૦૩૪૬)૧૧·૭૬૪(૩૪૦૦ જ.

આ દાખલમાં ભાજય કરતાં ભાજકના દશાંશ સ્થળ બે વધારે છે તો તેટલાં મીડાં ભાગાકાર ઉપર જમણી બાજુએ ચઢાવ્યાં છે.

क. જો ભાજય અને ભાજકના દશાંશ સ્થળ બરોબર થાય તો જવાબ પુર્ણાંક આવે.

દા. ૧૮૪·૫૧૨÷·૮૨૮

·૭૨૮)૧૮૪·૫૧૨(૨૫૪ જવાબ.

આ દાખલામાં ભાજક અને ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ રખાં છે એટલે જવાબ ૨૫૪ પુર્ણાંક આવ્યો.

સુચાન ૧ જો ભાજક અને ભાજ્યમાં દશાંશ ચિન્હ જમણી બાજુએ સરખાંજ અંક સ્થળો ખસેડવામાં આવે તો ભાજક અને ભાજ્યને સરખા અંકોએ ગુણવા બરોબર છે. અને જો ભાજક અને ભાજ્યને સરખાજ અંકોથી ગુણવામાં આવે તો જે શેષ રહેતો હોય તેમાં કંઇ ફેરક પડતો નથી.

જો અહીઆં બંનેમાં અંક જમણી બાજુ ખસેડવા માં આવે તો

૧૫.૬૨૫÷.૬૨૫

૬૨.૫)૧૫૬૨.૫(૨૫ જવાબ.

જો આપણે ખસેડયા વગર ભાગાકાર કર્યો હોતતે પણ ૨૫ જવાબ અવતને ખસેડીને કર્યો તો પણ ૨૫ જવાબ આવે છે. તેની કીમત કંઇ ફેર પડતો નથી.

સુચના ૨ અપુર્ણાંકમાં છેદમાં દશનો કોઇપણ ઘાત ન હોયતો તે અપુર્ણાંકને વ્યવહારીક અપુર્ણાંક કહે છે અને વ્યવહારી અપુર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપવા માટે અંશને છેદે ભાગવા પણ વ્યવહારી અપુર્ણાંકના સંક્ષેપ રૂપનો છેદનું કોઇ પણ અવયવ ૨ અથવા ૫ નહોયતો તે અપુર્ણાંકનું બરોબર દશાંશ રૂપ થવું અશકય થઇ પડે છે. કારણકે ૨ અને ૫ એ દશના અથવા દશના કોઇ પણ ઘાતના અભિાજ્ય અવયવો છે. કારણકે ગણિત સિદ્ધાતમાં કહેલુ છે કે જે અંક એક વાએ અંકોને અવિભાજ્ય છે તે તેઓના ગુણાકારને તેના પણ અવિભાજ્ય થશે અને તેથીજ કરાને તે સંખ્યા બીજી સંખ્યાને અવિભાજ્ય છે તે તેની ગમે તે ઘાતનો પણ અવિભાજ્યજ રહે છે.

દશાંશનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય અને દૃઢ ભાજક કાઢવાની રીત.

રીતી સઘળા આપેલી સંખ્યાઓના દશાંશ અંકો સરખા કરવાને વાસ્તે જરૂરીઆત મીડાં ચઢાવવાં. પછી આખા અંકો છે એમ ધારી તેમનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય અથવા દૃઢ ભાજક કાઢવો અને પછી જે આવે તેમાં દરેકમાં જેટલા આંકડા પછી દશાંશ ચિન્હ હોય તેટલા આંકડા કાપીને દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. જે આવે તે જવાબ.

દા. ૨૦, ૨.૮, અને .૨૫નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય અને દૃઢ ભાજક કાઢો. **સુચના** આ દાખલામાં વધારેમાં વધારે બે આંકડા પછી દશાંશ ચિન્હ છે માટે.

૫	૨૦.૦૦, ૨.૮૦, .૨૫
૫	૪૦૦, ૫૬, ૫
૮	૮૦, ૫૬, ૧
	૧૦, ૭, ૧

આ સંખ્યાઓ પુર્ણાંક છે એમ ધારી તેમનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો.

∴ ૫×૫×૮×૧૦×૭=૧૪૦૦૦હવે સંખ્યામાં દશાંશ ચિન્હ બે આંકડા પછી છે તેથી અહી બે આંકડા કાપી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું ∴ ૧૪૦.૦૦

ઉપયેાગી ૧ વિદ્યાર્થીઓએ આ પરિણામો ધ્યાનમાં રાખવાં $\frac{૧}{૨}$=.૫, $\frac{૧}{૪}$=.૨૫, $\frac{૩}{૪}$=.૭૫, $\frac{૧}{૮}$=.૧૨૫, $\frac{૧}{૧૬}$=.૦૬૨૫.

પુનરાર્ત્ત દશાંશ.

વ્યવહારી અપુર્ણાકને દશાંશનુંરૂપ આપતાં કેટલીકવાર ભાગાકાર ઘણો આવે છે અને એકને એક અંક ફરીફરીને આવે છે. દા. ૧) $\frac{૧}{૩}$ =.૩૩૩૩૩૩ ઇ૦ દા. ૨) $\frac{૧૧}{૩}$= ૩.૬૬૬૬૬૬ ઇ૦

આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ દશાંશમાં તેના તેજ અંક ફરીફરીને આવે, ત્યારે તેને પુનરાવર્ત્ત દશાંશ કહે છે, અને

જે અંક ફરીફરીને આવતા હોય તેમને પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ કહે છે. જે અંક ફરીફરીને આવે છે તેને એકજવાર લખવામાં આવે છે અને પુનરાવર્ત્ત છે એમ બતાવવાને પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશના પહેલા અને છેલ્લા અંક ઉપર એક એક ટપકું મૂકાય છે. દા. $\frac{૧}{૭}=\cdot\dot{૧}૪૨૮૫\dot{૭}$; $\frac{૫}{૯}=\cdot\dot{૫}$ જવાબ.

જે પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશનો આરંભ દશાંશ ચિન્હથીજ થાય તેને શુદ્ધ પુરાવર્ત્ત દશાંશ કહે છે જેમકે, $\cdot\dot{૬}$ $\cdot\dot{૩}\dot{૭}$,

જ્યારે દશાંશ ચિન્હ પછી થોડા અંક આવી ગયા પછી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ આવે, ત્યારે તેને મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ કહે છે જેમકે, $\cdot૩૪\dot{૫}$, $\cdot૩૪\dot{૫}૭\dot{૬}$,

અપુર્ણાકનું દશાંશ કરતાં કેટલીક વખતે ભાગાકારનો અંત આવતો નથી માટે અમુક અપુર્ણાક અંતવાન છે કે નહીં તે આગળથી જાણવાને સારો નિયમ છે.

નિયમ અપૂર્ણાક સંક્ષેપમાં છે કે નહિ તે પ્રથમ જોવું. અને પછીથી તેના છેદના અવયવોમાં જો બે અને પાંચ હોય તો તે અંતવાન દશાંશ થશે. જો નહોય તો નહિ થાય એમ સમજવું.

દા. ૨$\frac{૧}{૨}$ એ અંતવાન છે. દા $\frac{૬}{૭}$ એ અંતવાન નથી.

ઉપયોગી $\frac{૧}{૭}=\cdot\dot{૧}૪૨૮૫\dot{૭}$, $\frac{૨}{૭}=\cdot\dot{૨}૮૫૭૧\dot{૪}$, $\frac{૩}{૭}=\cdot\dot{૪}૨૮૫૭\dot{૧}$, $\frac{૪}{૭}=\cdot\dot{૫}૭૧૪૨\dot{૮}$, $\frac{૫}{૭}=\cdot\dot{૭}૧૪૨૮\dot{૫}$, $\frac{૬}{૭}=\cdot\dot{૮}૫૭૧૪\dot{૨}$ ઉપરના આપેલા દાખલા ઉપરથી માલમ પડશે કે એના એ આંકડાઓ કંઇક નિયમાનુસારે ગોળ ચક્રમાં ફરે છે.

નિયમ એવો છે કે પ્રથમ રૂપના ૧, ૨, ૪, ૫, ૭, ૮એ આંકડો પ્રથમ મૂકી બાકીના આંકડા તેમની પછવાડે અનુક્રમે મૂકવાથી નવાં રૂપો થાય છે.

નીયમ જો કોઇ અપૂર્ણાક તેના સંક્ષેપ રૂપમાં હો-

૫ અને તેનો છેદનાં અવયવ ૫ અને ૨ શીવાયના બીજા અંકોનાં બનેલાં હોય તો જાણવું કે તે અપૂર્ણાંકનું દશાંશ રૂપ કાઢતાં તે તદન શુધ્ધપુનરાવર્ત્ત દશાંશ થશે. પણ જો છેદનાં અવયવોમાં ૫ અને ૨માંનું કોઇ પણ અવયવ હોય તેમજ બીજા અંકો પણ અવયવ તરીક હોયતો જાણવું કે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ થશે

અમુક અપૂર્ણાંકને દશાંશ રૂપ આપતાં દશાંશ અકંસ્થળ કેટલાં આવશે તે આગળથી જાણવાની રીત.

નિયમ જો અપૂર્ણાંકના છેદનાં અવયવ ૫ અને ૨ નાં હોય તો જે અંકના અવયવો વધારે હોય તેટલાં અંક સ્થળ આવશે પણ જો છેદ ૫ અને ૨ શિવાયના અંકોનાં અવયવોનો બનેલ હોય તો જે અવિભાજ્ય અંક અવયવ તરીકે મોટાંમાં મોટા હોય તેનાથી એક એક ઓછાં દશાંશ રૂપમાં અંક સ્થળો આવશે.

ટીકા આ વિષયમાં ઉંડા ઉતરવાની જો કે વિષય રમુજી છે તથાપિ વિધાર્થીઓને ઘણો ઉપયોગી ન હોવાથી–હું જરૂર ધારતો નથી.

સુચના—૧ પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાંનો એક અંક પછીથી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ ગમે ત્યાંથી ગણી શકાય છે. દા. ·૨૩૪૫=·૨૩૪૫૪૫૪૫૪ ·૫૭=·૫૭૫૭

સુચના ૨ એક દશાંશ અપૂર્ણાંકના પૂનરાવર્ત્ત અંકો અથવા જે અંકો પૂનરાવર્ત્ત નથી તે અંકો બીજા દશાંશ અપૂર્ણાંકના પૂનરાવર્ત્ત અંકો અથવા જે અંકો પુનરાવર્ત્ત નથી તે અંકોના જેટલા હોય છે. ત્યારે તે બે દશાંશ અપૂર્ણાંકો સરખા કહેવાય છે.

પુનરાવર્ત્ત દશાંશને સરખાં ન હોયતો કરવાની ને તે કેટલા અંકે સરખાં થશે તે કહેવાની રીતી.

રીતી ૧ પૂનરાવર્ત્ત દશાંશમાં જેટલા અંકો પૂનરાવર્ત્ત હોય તે દરેક સંખ્યાના અંકો–લેવાને તેમનો લઘુતમ

સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો જે આવે તેમાં આપેલી સંખ્યામાં વધારેમાં વધારે જેટલા અંકો પૂનરાવર્ત્ત ન હોય તેટલા ઉમેરવા જે આવે તેટલા સ્થળે તે અપૂર્ણાંકો સરખા થશે.

દા ૨·૩̇; ·૨૪̇૫̇ અને ·૨૫૭̇૬૯̇ ને કેટલા અંકસ્થળ પછી રકમોમાં પુનરાવર્ત્ત અંકોની સંખ્યા સરખી થશે.

૧, ૨, ૩ તેમનો લઘુતમ=૬+૨ જે અંકોની ઉપર =૮ અંકો પછી સરમાં થશે=પૂનરાવર્ત્ત ચીનૂ નથી તે.

આ ઉપરથી આપેલી પુનરાવર્ત્ત સંખ્યાઓને સરખી કરવા સારૂ આઠ સ્થળો સુધી અંકો વધારવા પડશે જેમાં બે અંકો પુનરાવર્ત્તવગરના ને છેલ્લા ૭ અંકો પુનરાવર્ત્તવાળા થશે.

∴ ૨·૩̇ = ૨·૩૩૩૩૩૩૩૩̇

·૨૪̇૫̇= ·૨૪૫૪૫૪૫૪̇

·૨૫૭̇૬૯̇= ·૨૫૭૬૯૮૭૬૯̇

શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત—દશાંશને અપુર્ણાંકનું રૂપ આપવાની રીત—શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ પ્રદેશના અંકોને અંશમાં લખીને તળે છેદ સારૂ તેટલાજ નવડા લખવા ને પછીથી તેમનો અતિસંક્ષેપ કાઢવો પણ મિશ્ર પુનરાવર્ત દશાંશને અપુર્ણાંકનું રૂપ આપતાં સંખ્યાના દશાંશ અંકોમાંથી જેટલા અંકો પુનરાવર્ત ન હોય તેટલા તેમાંથી બાદ કરીને જે આવે તે અશમાં મૂકી જે દશાંશ ચિન્હથી પહેલા પુનરાવર્ત્ત અંક સુધી જેટલાં સ્થળ હોય તેટલાં મીડાં છેદમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશના અંકો જેટલા નવડા મૂકીને તે નવડા ઉપર મૂકવા ને પછીથી અતિસંક્ષેપ કાઢવો.

ઉપલા નિયમાનુસાર નિચેના હિસાબો છે.

દા. ૧) $\cdot\dot{૩}=\frac{૩}{૯}=\frac{૧}{૩}$; $\cdot\dot{૧}\dot{૮}=\frac{૧૮}{૯૯}=\frac{૨}{૧૧}$; $\cdot૨\dot{૭}=\frac{૨૭-૨}{૯૦}=\frac{૨૫}{૯૦}=\frac{૫}{૧૮}$; $\cdot૦૦૮\dot{૨}\dot{૩}=\frac{૮૨૩-૮}{૯૯૦૦૦}=\frac{૧૬૩}{૧૯૮૦૦}=\frac{૧૬૩}{૧૯૮૦૦}$ જ.

સુચના ૧–ઉપરના દાખલા અને નિયમ ઉપરથી માલમ પડે છે કે. $\cdot\dot{૯}=\frac{૯}{૯}=૧$ અને તેજ પ્રમાણે ને તે નિ-

યમેજ. ·૦૯̇ = ૯/૯૦ = ૧/૧૦ = ·૧   ૩·૨૯̇ = ૩ (૨૯−૨)/૯૦ = ૩ ૩/૧૦ = ૩. ૩
·૦૦૯̇ = ૯/૯૦૦ = ૧/૧૦૦ = ·૦૧ તેમજ. ·૦૦૮૯̇ = ૯/૯૦૦૦ = ૧/૧૦૦૦
= ·૦૦૧ ·૯̇ = ૯/૯ = ·૧   ·૦૯̇ = ૯/૯૦ = ૧/૧૦ = ·૧   ·૯̇૯̇ = ૯૯/૯૯ = ૧.
·૯̇૯૯̇ = ૯૯૯/૯૯૯ = ૧   ·૪૯̇૯̇ = ૪ (૯૯−૪)/૯૯૦ = ૪૯૫/૯૯૦ = ·૫

ઉપયેાગી આ ઉપરથી એક એવેા નિયમ નીકળેછે કે જ્યારે પુનરાવર્ત પ્રદેશ ૯ અંકનેાજ હેાય તેા તે પુનરાવર્ત પ્રદેશ કાઢી નાંખીને તેની આગળના અંકમાં એક જોડી દેવા ને પછીથી જો અપૂર્ણાંક કાઢવું હેાય તેા કાઢવું.

પૂનરાવર્ત્ત દશાંશના સરવાળેા કરવાની રીતી.

રીતી ૧ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે દશાંશ રકમેા સરખી કરવી. ત્યારબાદ સાધારણ નિયમાનુંસારે સરવાળેા કરવેા જો તેમ કરતાં પુનરાવર્ત પ્રદેશમાંથી વિધ્યા સાદા પ્રદેશમાં નાંખવાની આવે તેા તે વિધ્યા છેવટે સરવાળેા કર્યા બાદ જોડવી જે આવે તેમાં સંખ્યામાં પુનરાવર્ત પ્રદેશના જેટલા અંકેા ઉપર પુનરાવર્ત ચિન્હ મૂકવું જે આવે તે જવાબ.

દા.) ૨·૮૨̇ + ·૭૧̇૨̇ + ·૩̇ સંખ્યાઓ સરખી બનાવવી.

૨·૮૨̇ = ૨·૮૨̇૨૨̇
·૭૧̇૨̇ = ·૭૧̇૨̇
·૩̇ = ·૩૩̇૩
૩·૮૬૭ જ

દા. ૨) ·૬̇ + ·૧̇૯̇ + ·૯̇૫̇૨̇ સંખ્યાઓ સરખી બનાવવી.

·૬̇ = ·૬૬̇૬̇
·૧̇૯̇ = ·૧૯̇૧̇
·૮૫̇૨̇ = ·૮૫̇૨̇
―――――
૧·૬૯૯ પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાંથી વિ-
 ૧ ધ્યા ૧ આવી તે ઉમેર-
―――――
૧·૭૦૦ વાની છે

પુનરાવર્ત્ત દશાંસની બાદબાકી.

રીતી ૨ બાદબાકીની રીતી સરવાળા પ્રમાણેજ છે પરંતુ જો સરવાળામાં જેમ પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાંની વિધ્યા જોડવી પડે છે તેમ આમાં બાદ કરવી પડે છે.

દા. ·૭૬ં—·૩ં સંખ્યા સરખી કરવી.

·૭૬ં=·૭૬ં
·૩ં =·૩૩ં
―――――
·૪૩ં

દા. ૭) ૨·૪ં૬૭૯ં—·૦૦૩ં૪૫ં માં સંખ્યા સરખી કરવી.

૨·૪ં૬૭૯ં=૨·૪૬૭૯૪૬૭૯૪૬૭૯૪૬ં
·૦૦૩ં૪૫ં=·૦૦૩૪૫૩૪૫૩૪૫૩૪૫ં સરખા કરવા.
――――――――――――
૨·૪૬૪ં૪૯૩૩૪૧૨૨૬૦૧

પુનરાવર્ત્ત દશાંસના ગુણાકારની રીતી—સાધારણ રીતી પ્રમાણે ગુણાકાર કરવેા. અને પરીણામમાં પુનરાવર્ત પ્રદેશમાંથી વિધ્યા આવી હેાય તેા જોડવી. પછીથી જેટલા આંકડા પુનરાવર્ત હેાય તેટલા ઉપર પુનરાવર્ત ચિન્હ ગુણાકારમાં મૂકવું પણ આ મૂકતાં પહેલાં તેમને એટલે સરવાળેા કરવાની રકમેાને સરખા અંકની કરવી.

સુચના ૧ આ રીતી ફક્ત પુનરાવર્ત્ત દશાંશને પૂર્ણાંક અથવા સાદા દશાંશ અંકે ગુણાવાના હેાય છે ત્યારે જ લાગુ પડે છે.

દા. ૧) ·૩ંX·૫

·૩ં
·૫
――――
૧૫+૧=·૧૬ં

દા. ૨) ·૩૫ંX·૫૨૫

·૩૫ં
·૫૨૫=
――――
૧૭૫+૨
૭૦ +૧
૧૭૫ +૨
――――

·૩૫ં
·૫૨૫=
――――
૧૭૭
૭૧ં
૧૭૫ં
――――

·૩૫ં
·૫૨૫
――――
૧૭૭
૭૧૧ં
૧૭૭૭૭
――――
૧૮૬૬૫
વિધ્યા ૧
――――
જ. ·૧૮૬૬૬ં

ગુણાકાર કરવાની બીજી રીતી ૧ પુનરાવર્ત આંકડાઓનું અપુર્ણાંક બનાવીને તેણેવડે કરીને સાધારણ ગુણાકાર કરવાની રીતે ગુણાકાર કરવેા.

દા. ૧) .૭૫×.૭૧૪ **રીતી**

દા. ૨) .૬×.૫

```
    .૭૫
    .૭૧૪/૯૯
 ------------
૯૯|૧૦૫૦
  |.૦૧૦ ૬૦/૯૯
   ૫૨૫
 ------------
   ૫૩૫ ૬૦/૯૯ : .૫૩૫૬૦ જ.
```

```
  .૬
  .૫  =  .૫૬/૯
 ----------------
           |૩૦
          ૯| ૩ ૩/૯=.૩૩ જ.
```

પૂનરાવર્ત્ત દશાંશ ભાગાકાર.

રીતી ૧ સાધારણ ભાગાકાર માફકજો ભાજક પૂર્ણાક અંક હોયતો કરવો. પણ શુન્ય નીચે ઉતારવાને બદલે નુક્રમે પુનરાવર્ત્ત વાળો અંક ઉતારવો. જો ભાજક અંતવાન દશાંશ હોયતો તેને દશ વા દશના કોઈ પણ ઘાતે ગુણીને તેને અપૂર્ણક મટાડી પૂર્ણાંકમાં લાવવો.

દા. ૨.૧૪૭૬૫૭૧૪૨૮÷.૫૭૬

```
.૫૭૬)૨.૧૩૭૬૫૭૧૪૨૮(૦૦૦૩.૭૨૮૫૭૧૪
      ૧ ૭૨૮
     -------
      ૦૪૧૯૬              ૦૪૧૧૪
       ૪૦૩૨               ૪૦૩૨
     -------             ------
       ૦૧૬૪૫              ૪૧૧૪
        ૧૫૫૨              ૪૦૩૨
      -------            ------
         ૪૯૩૭             ૦૦૮૨૨
         ૪૬૦૮               ૫૭૬
      -------            -------
         ૦૩૨૯૧             ૨૪૬૮
          ૨૮૮૦             ૨૩૦૪
      -------             ------
                            ૧૬૪
```

સુચના ૧—નીચેના દાખલા ઉપરથી માલમ પડશે કે કોઇ પણ અપૂર્ણાંકનું દશાંશ કરતાં અપૂર્ણાંકના છેદમાં જેટલા વખત ૨ અથવા ૫ વધારેમાં વધારે વખત સમાયલા હોય છે તેટલા આંકડા દશાંશમાં આવે છે. તેમજ તે

દાખલા ટુંકી રીતે કેમ થાય છે તેપણુ નિચેની બીના ઉપરથી માલુમ પડશે.

દા. $\frac{૧૧}{૨૦}$ નું દશાંસનું રૂપ લાવેા.

$$\frac{૧૧}{૨\times૨\times૫}=\frac{૧૧\times૫}{૨\times૨\times૫\times૫}=\frac{૫૫}{૧૦૦}=\cdot૫૫$$ જ. દા. ૨) $\frac{૨૯}{૪૦}=$

$$\frac{૨૯}{૨\times૨\times૨\times૫}=\frac{૨૯\times૫\times૫\times૫}{૨\times૨\times૨\times૫\times૫\times૫}=\frac{૭૨૫}{૧૦૦૦}=\cdot૭૨૫$$ જ. દા. ૩)

$$\frac{૪૯}{૬૨૫}=\frac{૪૯}{૫\times૫\times૫\times૫}=\frac{૪૯\times૨\times૨\times૨\times૨}{૫\times૫\times૫\times૫\times૨\times૨\times૨\times૨}=\frac{૭૮૪}{૧૦૦૦૦}$$
$=\cdot૦૭૮૪$ જ.

ઉપરના નિયમને અનુસરતાં પુનરાવર્ત્તને માટે સેહેલાઈ પડે છે.

દા.) $$\frac{૧૭}{૧૮}=\frac{૧૭}{૩\times૩\times૨}=\frac{૧૭}{૯}\times\frac{૧}{૨}=\frac{૧૭\times૫}{૯}\times\frac{૧}{૨}\times\frac{૧}{૫}=\frac{૮૫}{૯}\div૧૦=૯\frac{૪}{૯}\div૧૦=\cdot૯\frac{૪}{૯}=\cdot૯\dot{૪}$$ જ.

દા. ૨) $$\frac{૩}{૨૮}=\frac{૩}{૭\times૨\times૨}=\frac{૩\times૫\times૫}{૭\times૨\times૨\times૫\times૫}=\frac{૭૫}{૭\times૧૦\times૧૦}$$
$$=\frac{૭૫}{૭}\div૧૦૦=૧૦\frac{૫}{૭}\div૧૦૦=૧૦\cdot\dot{૭}૧૪૨૮\dot{૫}\div૧૦૦=\cdot૧૦\dot{૭}૧૪૨૮\dot{૫}$$ દા. ૩) $$\frac{૫}{૨૪}=\frac{૫}{૩\times૨\times૨\times૨}=\frac{૫}{૩}\times\frac{૫\times૫\times૫}{૨\times૨\times૨\times૫\times૫\times૫}$$
$$=\frac{૫}{૩}\times\frac{૧૩૫}{૧૦૦૦}=\frac{૬૨૫}{૩}\div૧૦૦૦=૨૦૮\frac{૧}{૩}\div૧૦૦૦=૨૦૮\cdot\dot{૩}\div૧૦૦૦=\cdot૨૦૮\dot{૩}$$ જ.

વ્યાજ.

કંઇ કામ સારૂ અમુક માણુસ પાસેથી જે રૂપીઆ લેવામાં આવે છે તે રૂપીઆ ઉપર જે ભાડા બદલ તે રૂ-

પીઆના ધણીને નફો આપવાનો ઠરાવ કરાય છે તેને વ્યાજ કહે છે. જે રકમ લેવામાં આવે છે તેને મુદ્દલ કહે છે અને તે રકમ ઉપર જે વ્યાજ થાય છે તે અને તે રકમ એ બંને ભેગાં વ્યાજ મુદ્દલ કહેવાય છે. દરેક વર્ષે દરેક સેંકડે અથવા દરેક મહીને દરેક સેંકડે જે નફો આપવાનો ઠરાવ્યો હોય છે તેને વ્યાજનો દર કહે છે. જેટલો વખત કરજે લેનારની પાસે કરજે લીધેલી રકમ રહે છે તેટલા વખતને મુદ્દત કહે છે. **વ્યાજ બે જાતનાં છે.**

अ. સાદુ વ્યાજ. ब. ચક્રવૃદ્ધિ.

જ્યારે મુદ્દલ ઉપર વ્યાજ લેવામાં આવે છે ત્યારે તે સાદુ વ્યાજ કહેવાય છે અને જ્યારે મુદ્દલ અને વ્યાજનું વ્યાજ લેવાય છે ત્યારે તે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કહેવાય છે.

સાદુ વ્યાજ કાઢવાની રીત. $\frac{\text{મુદ્દલ} \times \text{ટકા} \times \text{વર્ષ}}{૧૦૦}$ = વ્યાજ.

દા. ૫૨૫ રૂ. ૪ ટકા. ૨ વર્ષનુ વ્યાજ શું થશે?

$\frac{૫૨૫ \times ૪ \times ૨}{૧૦૦}$ = ૪૨ રૂ. જવાબ.

સુચના કેટલીક વખત આનાની તેરીખ આપવામાં આવે છે એટલે દરેક મહીને ૧૦૦ ઉપર અમુક આના વ્યાજ થાય છે તો તે આના લેખે બાર મહીને કેટલા રૂપીઆ થશે તેટલા ગણી વ્યાજ ગણવું (अ) સાદુ વ્યાજ.

૧) જો એક ટકાનો દર હોય તો મુદલને બે અંક કાપીને દશાંશ ચીન્હ મૂકવું અને જેટલાં વર્ષ કહ્યાં હોય તેટલાએ ગુણવા.

૨) જો બે ટકાનો દર હોય તો ઉપર પરમાણે ચીન્હ મૂકીને વર્ષના બમણા કરીને ગુણવા.

૩) જો ત્રણ ટકા હોયતો વર્ષને ત્રમણા કરીને ઉપ-ર પ્રમાણે દશાંશ ચીન્હ કાપીને મુદલ સાથે ગુણવા.

૪) જો ચાર ટકા કરચા હોયતો વર્ષના ચાર ઘણા કરી ઉપર પ્રમાણે ગુણવા.

૫) જો પાંચ ટકા કહ્યા હોયતો એક આંકડો કાપી દશાંશ ચીન્હ મૂકવું ને વર્ષના અડધા કરીને ગુણવા.

૬) જો દશ ટકા કહ્યા હોયતો એક આંકડો કાપિ દશાંશ ચીન્હ મૂકવું ને જેટલાં વર્ષ કહયાં હોય તેટલાએ ગુણવા.

૭) જો વીસ ટકા કહયા હોયતો એક આકડો કાપી દશાંશ ચીન્હ મૂકવું ને વર્ષના બમણા કરીને ગુણવા.

૮) જો અઢી ટકા કહયા હોયતો એક આંકડો કાપી વર્ષે ગુણી જે આવે તેને ૪ ભાગવા.

૯) જો સવા ટકા કાઢયો હોયતો એક આંકડો કાપિ ચીન્હ મૂકી તેને વર્ષે ગુણી ૮ ભાગવા.

ઉપયોગી.૧૦) એકથી ચાર ટકા સુધી કહ્યા હોયતો મુદલનો અંક કાપી દશાંશ ચીન્હ મુકવું અને પછી તેને વર્ષ અને ટકાના ગુણાકારે ગુણવા જે આવે તે જવાબ.

પાંચથી તે દસ ટકા સુધી મુદલનો એક અંક કાપી દશાંશ ચીન્હ મૂકવું અને પછી તેને વર્ષ અને ટકાના ગુણાકારથી ગુણવાજ.

ઉપયોગી જો ૭૩ દીવસનું કહ્યું હોયતો ઉપર પ્રમાણે જે રીત બતાવી છે તેમ કરતાં જે જવાબ આવે તેને ૫ ભાગવા.

સામાન્ય નીયમ.

अ $\frac{\text{મુદલ}\times\text{ટકા}\times\text{વર્ષ}}{૧૦૦}=\text{વ્યાજ}$ $\text{વ્યાજ}+\text{મુદલ}=\text{વ્યાજમુદલ}.$

ब $\frac{૧૦૦\times\text{વ્યાજ}}{\text{મુદલ}\times\text{ટકા}}=\text{મુદત}$ क $\frac{\text{વ્યાજ}\times૧૦૦}{\text{ટકા}\times\text{વર્ષ}}=\text{મૂદલ}$

૪ $\frac{\text{વ્યાજ}\times૧૦૦}{\text{મુદલ}\times\text{વર્ષ}}=\text{ટકા}$

દા. ૧ પાંચ (૫) ટકા લેખે ૪ વર્ષમાં ૫૦૦ રૂપૈયાનું શું વ્યાજ થશે.

અ $$\frac{\text{૫૦૦×૫×૪}}{\text{૧૦૦}} = \frac{\text{મુદ્દલ×ટકા×વર્ષ}}{\text{૧૦૦}} = \text{૧૦૦ વ્યાજ}$$

બ $$\frac{\text{૧૦૦×૧૦૦ ઉપલા A દાખલામાં આવ્યું તે}}{\text{૫૦૦×૫}} = \text{૪ મુદત વર્ષ}$$

ક $$\frac{\text{૧૦૦×૧૦૦}}{\text{૫×૪}} = \text{૫૦૦ રૂ મુદ્દલ}$$ ડ $$\frac{\text{૧૦૦ વ્યાજ×૧૦૦}}{\text{૫૦૦×૪}} = \text{૫ ટ.}$$

ઉપયોગી. જો વર્ષને બદલે દીવસ આપ્યા હોય તો નીચેના નીયમનો ઉપયોગ કરવો.

$$\frac{\text{દીવસ×મુદ્દલ×બમણો વ્યાજનો દર}}{\text{૭૩૦૦૦}} = \text{વ્યાજ}$$ વધારે માટે ઉપરના નીયમો ધ્યાનમાં લેઇ બીજા બનાવા.

મૂદ્દલ $$=\frac{\text{૭૩૦૦૦×૧}}{\text{દીવસ×બમણો વ્યાજનો દર}}$$ ટકા $$=\frac{\text{૭૩૦૦૦×૧}}{\text{મુદ્દલ×બમણો વ્યાજનો દર}}$$

દીવસ મૂદત $$=\frac{\text{૭૩૦૦૦૧}}{\text{મુદ્દલ×૨ વ્યાજનો દર}}$$

બ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ

દરેક વર્ષે વ્યાજનો હિસાબ કરી મુદ્દલમાં વ્યાજ ઉમેરવું. અને જે આવે તેને બીજા વર્ષના અથવા મુદ્દતના વ્યાજને વાસ્તે મુદ્દલ છે એમ જાણીને તેનું વ્યાજ ગણવું અને એ પ્રમાણે આપેલી મુદ્દત સુધી કરતાં છેવટ મુદ્દલ ઉપર જેટલું વધારે થાય તેને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કહે છે.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢવાની રીતી ૧ આપેલા દર પ્રમાણે એક ઉપર એક વર્ષનું વ્યાજ કાઢી તેમાં એક મુદ્દલ ઉમેરવું. પછી જે આવે તેનો મુદ્દતની સંખ્યા જેટલો ઘાત કરવો અને તે ઘાતને કહેલા મુદ્દલે ગુણવા. ગુ-

ણાકાર વ્યાજ મુદ્દલ અથવા રાશ આવશે તેમાંથી મુદ્દલ બાદ કરવું ને જે બાકી રહે તે વ્યાજ જાણવું.

દા. પૈાં. ૧૦૦૦નું ૩ વરસમાં ૫ ટકા લેખે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજશું થશે !

$૧૦૦:૧::૫=\frac{૧}{૨૦}+૧=\frac{૨૧}{૨૦}$

$$\frac{૨૧}{૨૦}\times\frac{૨૧}{૨૦}\times\frac{૨૧}{૨૦}=\frac{૯૨૬૧}{૮૦૦૦}\times\frac{૧૦૦૦}{૧}=\frac{૯૨૬૧}{૮}$$

=૧૧૫૭–૧૨–૬–૧૦૦૦=૧૫૭–૧૨–૬ જવાબ.

અથવા દશાંશ રીતે કરવાથી પણ મળી આવે છે.

૧૦૦:૧::૫=·૦૫+૧=૧·૦૫

૧·૦૫×૧·૦૫	૧·૧૫૭૬૨૫	૧૧૫૭–૧૨–૬
૫૨૫	૧૦૦૦	૧૦૦૦—૦—૦
૧૫૦	૧૧૫૭·૬૨૫	પૈાં ૧૫૭–૧૨–૭
૧·૧૦૨૫	૨૦	જવાબ.
૧·૦૫	૧૨·૫૦૦	
૫૫૧૨૫	૧૨	
૧૧·૨૫	૬·	

જો વ્યાજ મુદ્દલ, મુદ્દત અને દર આપ્યો હોય તો મુદ્દલ કાઢવાની **રીતી ૧**—એક ઉપર વ્યાજ મુદ્દલ શું થશે તે શેાધી કાઢવું અને જે આવે તેના વડે વ્યાજ મુદ્દલ ને ભાગવા. દા. કેાઇ રકમનું વ્યાજ મુદ્દલ પૈાંડ ૮૧૦ ૬ શિ. ૯ પે. ૫ ટકા લેખે ૩ વર્ષમાં થશે.

$૧૦૦:૧::૫:\frac{૧}{૨૦}+૧=\frac{૨૧}{૨૦}\times\frac{૨૧}{૨૦}\times\frac{૨૧}{૨૦}=\frac{૯૨૬૧}{૮૦૦૦}$ વ્યાજ. મુ. પૈાં $૮૧૦–૬–૯=\frac{૬૪૮૨૭}{૮૦}\times\frac{૮૦૦૦}{૯૨૬૧}=૭૦૦$ જવાબ.

જો મુદ્દલ, વ્યાજ મુદ્દલ, અને દર આપ્યો હોય તો મુદ્દત શેાધી કાઢવાની **રીતી ૧**—વ્યાજ મુદ્દલને મુદ્દલે ભાગવા અને જે આવે તે એકનું. જે વ્યાજ મુદ્દલ આવે

તેનું કેટલામા ઘાતની બરોબર છે તે કાઢવું. જેટલામો ઘાત થાય તેટલાં વર્ષ વા તેટલા હપતા જાણવા.

દા. પૈાં. ૬૪ નું ૮૧ પૈાં બ્યાજ મુદ્દલ ૧૨$\frac{૧}{૨}$ ટકા લેખે કેટલા વર્ષમાં થશે.

૮૧÷૬૪=$\frac{૮૧}{૬૪}$ ૧૦૦=૧ ::$\frac{૨૫}{૨}$=$\frac{૧}{૮}$+૧=$\frac{૯}{૮}$ $\frac{૮૧}{૬૪}$ એ $\frac{૯}{૮}$ નેા કયેા ઘાત છે તે શોધી કાઢવું. $\frac{૮૧}{૬૪}$ એ $\frac{૯}{૮}$ નેા બીજો ઘાત છે કારણ કે $\frac{૮૧}{૬૪}$ ને $\frac{૯}{૮}$ એ ભાગવાથી $\frac{૯}{૮}$ આવે છે માટે જવાબ ૨ વર્ષ.

સુચના $\frac{૮૧}{૬૪}$=લૉગરતમ $\frac{૧·૯૦૮૪૮૫}{૧·૮૦૬૧૮૦}$ ને $\frac{૯}{૮}$ ના લૉગરતમે ભાગવા ભાગાકાર ઉપર જે છેદ આવે તેટલાં વર્ષ જ.

કોઇ રકમ કેટલી વખતમાં ચક્રવૃદ્ધિ બ્યાજે બમણી થશે તે શેાધી કાઢવાને વાસ્તે ૨ ના લૉગરતમને એકના પહેલા વર્ષના બ્યાજ મુદ્દલના લૉગરતમે ભાગવા.

દા. ૫ ટકા લેખે ૧૦૦ પૈાં. કેટલી મુદ્દતમાં બમણા થશે ?

૧૦૦:૧: :૫:·૦૫+૧=૧-૦૫

$\frac{\text{૨ લૉગરતમ}}{\text{૧·૦૫લૉગરતર}}=\frac{·૩૦૧૦૩૦૦}{·૦૨૧૧૮૯૩}$=૧૪·૨ વર્ષ જવાબ.

જો બ્યાજ મુદ્દલ, મુદ્દલ અને વખત આપ્યેા હોય તેા તેના પરથી ટકા શેાધી કાઢવાની રીત.

રીતી બ્યાજ મુદ્દલને મુદ્દલે ભાગવા જે ભાગાકાર આવે તેનું જેટલા વર્ષ કહ્યાં હોય તેટલા મૂળ કાઢવું. જે આવે તેમાંથી એક બાદ કરવેા અને જે બાકી રહે તેને ૧૦૦ એ ગુણવાથી જે આવે તે ટકા જાણવા.

દા. પૈાં ૪૦૦ નું ૪૪૧ પૈાં બ્યાજ મુદ્દલ ૨ વરસમાં થાય છે તેા દર શેા ? $\frac{૪૪૧}{૪૦૦}$, ૨ વર્ષ કહ્યાં છે એટલે તેનું વર્ગ મુલ કાઢવું તે $\frac{૪૪૧}{૪૦૦}$=$\frac{૨૧}{૨૦}$-૧= $\frac{૧}{૨૦}$×$\frac{૧૦૦}{૧}$=૫ ટકા જ.

દા. ૫૦૦ રૂ. ૪ ટકાલેખે ૨ વર્ષમાં શું વ્યાજ થશે?

ઉપરનો દાખલો કરવો હોયતો વ્યાજ કાઢવાની રીતી.

ૠોમાં ટકા ઉમેરવા અને જે આવે તેની તળે એટલે છેદમાં સો મુકવા અને જેટલા વર્ષ કહ્યાં હોય તેટલા વખત જે આવેલ હોય તેનો ગુણાકાર કરવો ને પછી મુદ્દલે ગુણવા જે આવે તે વ્યાજ મૂદ્દલ.

ઉપરના દાખલામાં ૧૦૦+૪=$\left(\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\right)^{૨}=\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\times\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\times\frac{૫૦૦}{૧}$=૫૪૦·૮ વ્યા.મુ.−૫૦૦=૪૦·૮ વ્યાજ.જો અડધું વર્ષ આવતું હોય એટલે ઉપરના દાખલામાં ૨$\frac{૧}{૨}$ વર્ષ હોય તો $\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\times\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\times\frac{૧૦૨}{૧૦૦}$=૫૫૧·૬૧૬૦૦૦=૫૫૧·૬૧૬ વ્યાજ મૂ. −૫૦૦=૫૧·૬૧૬ વ્યાજ.

સામાન્ય નીયમ.

$$\frac{\text{મુદ્દલ}\times(૧૦૦+\text{ટકા})^{\text{વર્ષ}}}{૧૦૦}=\text{વ્યાજ મૂદ્દલ}-\text{મૂદ્દલ}=\text{વ્યાજ}$$

$$\frac{\text{વ્યાજમૂદ્દલ}}{\left(\frac{૧૦૦+\text{ટકા}}{૧૦૦}\right)^{\text{વર્ષ}}}=\text{મૂદ્દલ.}$$

ટકા કાઢવાની રીતી.

$\frac{\text{વ્યાજ મૂદ્દલ}}{\text{મૂદ્દલ}}$ ભાગાકારનીઃશેષ રહે ત્યાં સુધી કરવો જે આવે તેનું વચમાં દશાંશ ચીન્હ છેજ નહી તેમ જાણીને જેટલાં વર્ષ કહ્યાં હોય તેટલું ઘાતમૂળ કાઢવું જે આવે તેમાંથી ૧૦૦ બાદ કરવા જે આવે તે ટકા જવાબ.

વર્ષ કાઢવાની રીતી.

સુચના. ઘાતમૂળ કાઢવાને વાસ્તે લૉગરતમનો ઉપયોગ કરવો કે જેથી સરળતા ઘણી આવશે.

$\frac{\text{વ્યાજ મુદ્દલ}}{\text{મુદ્દલ}}$ (નિઃશેષ વધે ત્યાં સુધી ભાગાકાર કરવો પછીથી જે આવે તેમાં દશાંશચીન્હ નથી એમ માનવું.)

હવે જો જે આવ્યું હોય તે ત્રણ અંકથી વધારે હોય એટલે તે એક વર્ષથી વધારે છે પાંચ અંક થાય તો જાણવું કે બે વર્ષ છે સાત અંક થાય તો ત્રણ ને પછી તો અંક વધે એટલે એક વર્ષ વધતુ જાણવું. દા) ૫૦૦ રૂનું ૪ ટકા લેખે ૫૪૦–૮ વ્યાજ મૂદ્દલ થાય (ચક્રવૃદ્ધી વ્યાજે તો મૂદત કેટલી?

$\frac{\text{વ્યાજ મૂદ્દલ}}{\text{મૂદ્દલ}}=\frac{૫૪૦\cdot૮}{૫૦૦}=૧\cdot૦૮૧૬$ હવે જાણે આ રકમમાં દશાંશ ચીન્હ છેજ નહી તેમ સમજી તે સંખ્યા પાંચ અંકની છે માટે તેનુ વર્ગ મૂળ કાઢવું જે બરાબર નીકળી રહેતો જાણવું કે બે વર્ષ છે જ. ૨ વર્ષ.

દા. ૨) ૪ ટકા લેખે ૨ વર્ષમાં ૫૪૦–૮ વ્યાજ મૂદ્દલ કેઇ રકમનું થશે (ચક્રવૃત્તી) વ્યાજ મૂદ્દલ=૫૪૦–૮

$$=\frac{૫૪૦-૮}{૧૦૮૧૬}=૫૦૦ \text{ જ.} \qquad \left(\frac{૧૦૦+\text{ટકા}}{૧૦૦}\right)^{\text{વર્ષ}}\left(\frac{૧૦૪}{૧૦૦}\right)^{૨}$$

દા. ૩) ૫૦૦ નું ૨ વર્ષમાં ૫૪૦.૮ વ્યાજ મૂદ્દલ ચક્રવૃદ્ધી વ્યાજે થાય તો ટકાનો દર શો ?

$\frac{\text{વ્યાજ મૂદ્દલ}}{\text{મૂદ્દલ}}=\frac{૫૪૦\cdot૮}{૫૦૦}=$ જ. ૧·૦૮૧૬ હવે આ આવેલી રકમમાં દશાંશ ચીન્હ છેજ નહીં તેમ સમજી જો બે વર્ષ હોય તો વર્ગ મૂળ ત્રણ હોય તો ઘનમૂળ વિગેરે કાઢવું ને જે આવે તેમાંથી ૧૦૦ બાદ કરવા જે રહે તે ટકા ૧૦૪–૧૦૦=૪.

પ્રેઝન્ટ વર્થ અને ડીસકાઉન્ટ.

વર્ષ અને ટકાના ગુણાકારને બે અંક કાપીને દશાંશ ચીન્હ મુકીને તેમના પછી એકડો મુકવો અને જે આવે

તેણે મૂદ્દલને ભાગવા. જે ભાગાકાર આવે તે હાલની કીમ-(પ્રેઝન્ટ વર્થ) અને તે મૂદ્દલમાંથી બાદ કરીએ એટલે ડી-સકાઉન્ટ વા વટાવ આવ્યો એમ સમજવું.

દા. ૨૦૪ પાઉન્ડ ૪ વર્ષમાં થવાના છે ૫ ટકા લેખે ત્યારે તેની હાલની કીમત શી?

૪×૫=૨૦ ૧·૨૦ એ મૂદ્દલને ભાગવા

$$\frac{\text{મૂદ્દલ}}{૧·૨૦}=\frac{૨૦૪}{૧·૨૦}=૧૭૦\text{જ.}\quad \frac{\text{મુદ્દલ}\times\text{દીવસ}\times\text{ટકા}}{૭૩૦૦૦}\text{જ. ડીસકાઉન્ટ}$$

દા. ૮૨૦ પાઉન્ડ ૧૪૬ દીવસે ૫ ટકાનો દર ચવા-ના છે ત્યારે વટાવ શો કાપવો પડશે

$$\frac{\text{મુદ્દલ}\times\text{દીવસ}\times\text{ટકા}}{૭૩૦૦૦}=\frac{૮૨૦\times૧૪૬\times૫}{૭૩૦૦૦}=૮\frac{૧}{૫}\text{ જવાબ.}$$

જે મુદ્દલમાંથા બાદ કરવાથી પ્રેઝન્ટવર્થ આવશે. ૮૨૦−૮$\frac{૧}{૫}$=૮૧૧$\frac{૪}{૫}$ જ. હાલની કીમત. ઉપયોગી−(૧) અમુક મૂદ્દત પછી થવાની રકમ=તુરત મળવાની કીમત+હાલમાં લેવા સારૂં (વટાવ) કાપી આપવાની કીમત (૨)∵ હાલની કીમતની વ્યાજ મુદ્દલ+કાપી આપેલી રકમનું વ્યાજ મૂદ્દલ=અમુક મુદ્દત પછી થવાની રકમ તેના વ્યાજ સહીત.

(૩) અમુક મુદ્દત પછી થવાની રકમ+કાપી આપવા-ની રકમ=(વટાવનુ) તેના વ્યાજ સુદ્ધાંત=અમુક મુદ્દત પછી થવાની રકમ + તેના ઉપરનુંજ વ્યાજ

(૪)∴ કાપા આપવાની રકમનું વ્યાજ મૂદ્દલ=અમુક મુદ્દત પછી થવાની રકમનું વ્યાજ એટલે કે—

(૫) કાપી આપવાની રકમ=(વટાવ)+તેનાજ ઉપરનું વ્યાજ=અમુક મુદ્દત પછી થવાની રકમનું વ્યાજ

(૬) અને તેથીજ કાપી આપવાની રકમ=(વટાવ)ઉપરનું વ્યાજ=અમુકમુદ્દત પછી થવાની રકમનું વ્યાજ કાપી આપવાની

રકમ. (૭) $\frac{\text{કાપી આપવાની કીમત વા. વટાવ}}{\text{તુર્ત કીમતનું વ્યાજ}}$ = વર્ષ (રકમ લેણી થવાનો વખત)

દા. ૫૭૪૭ પૌંડનું ૩½ ટકા લેખે ૧૪૭ પૌંડ ડીસ્કાઉન્ટ થાય છે તો તે રકમ. ક્યારે લેણી થવી જોઇએ.
૫૭૪૭ − ૧૪૭ = ૫૬૦૦ ૧૦૦ : ૫૬૦૦ :: $\frac{૭}{૨}$ = ૧૯૬

$\frac{૧૪૭}{૧૯૬}$ = $\frac{૩}{૪}$ વર્ષ. (૮) $\frac{\text{વટાવ×૧૦૦}}{\text{તુર્ત કીમત+ વર્ષ}}$ = ટકા.

દા. ૩૭૪૦ રૂ.-નું ૪ વર્ષનું ૩૪૦ રૂ—ડીસ્કાઉન્ટ થાય છે તો વ્યાજનો દર શો? ૩૭૪૦ − ૩૪૦ = ૩૪૦૦

$\frac{\text{૩૪૦×૧૦૦}}{\text{૩૪૦૦×૪}}$ = $\frac{૫}{૨}$ = ૨½ ટકા જ. (૯) $\frac{\text{વટાવ×૧૦૦}}{\text{ટકા×વર્ષ}}$ = રકમ.

દા. કોઈ રકમ ૨ વર્ષ પછી લેણી થાય છે કે જેનો વટાવ ૮ ટકા લેખે ૮૦ પૌંડ થાય છે તો તે રકમ કઇ?

$\frac{\text{૮૦×૧૦૦}}{\text{૮×૨}}$ = ૫૦૦ પૌંડ જવાબ

(૧૦) એકજ રકમ સરખો વખત અને સરખા વરસનીના વ્યાજનો અને વટાવનો તફાવત તે વટાવનું તેટલોજ વખત અને તેટલાજ દર પ્રમાણે જે વ્યાજ આવે તેની બરોબર છે.

દા. અમુક રકમનું વ્યાજ ૮૦ પૌંડ થાય છે અને તેજ રકમનો વટાવ તેટલીજ મુદતમાં અને તેજ દરે ૬૬$\frac{૨}{૩}$ પૌંડ થાય છે તો રકમ શોધી કાઢો.

૮૦−૬૬$\frac{૨}{૩}$=૧૩$\frac{૧}{૩}$ એ ૬૬$\frac{૨}{૩}$નું વ્યાજ

૧૩$\frac{૧}{૩}$=$\frac{૪૦}{૩}$ ૬૬$\frac{૨}{૩}$=$\frac{૨૦૦}{૩}$; $\frac{૪૦}{૩}$: ૮૦ :: $\frac{૨૦૦}{૩}$

$\frac{\text{૨૦૦×૮૦×૩}}{\text{૩×૪૦}}$ = ૪૦૦ પૌંડ જવાબ

ઉપયોગી કોઇ રકમનું વ્યાજ=તુર્ત કીમતનું વ્યા

જ+વટાવનું વ્યાજ=તેજ રકમનેા વટાવ+વટાવનું વ્યાજ તે- થી કોઈ રકમનું વ્યાજ–તે રકમનેા વટાવ=વટાવનુ વ્યાજ તેથી ઉપરના એનેા તફાવત=વટાવનું વ્યાજ તેથી તફાવતે જો વટાવતેા હિસાબમાં આપેલા વ્યાજે શું એટલે કે ત- ફાવતે આટલી રકમ થાયતેા વ્યાજે કેટલી રકમ જે આ- વે તે જવાબ.

(૧૧) વર્ષ અને ટકાના ગુણાકારને બે અંક કાપી દશાંશ ચીન્હ મૂકવું ને તેમની ડાબી બાજુએ પ્રથમ એ- કડો મૂકવેા જે રકમ બને તેણે મુદલને ભાગવા ભાગાકાર આવે તે પ્રેઝન્ટવર્થ જે મુદલમાંથી બાદ કરવાથી ડીસ્કા- ઉન્ટ આવશે. દા. ૫૦૦ પૌંડનું ૪ ટકા લેખે ૫ વરસમાં ડીસ્કાઉન્ટ કેટલું થશે? ૪×૫=૨૦ ૧.૨૦=૧ $\frac{૨}{૧૦}$=$\frac{૬}{૫}$

$$\frac{૫૦૦×૫}{૬}=\frac{૧૨૫૦}{૩}=૪૧૬\tfrac{૩}{૩}$$ પ્રેઝટવન્ટ.

૫૦૦–૪૧૬ $\frac{૨}{૩}$=૮૩ $\frac{૧}{૩}$ ડીસ્કાઉન્ટ જવાબ.

ઘાત અને ઘાતમૂળ.

(૧) જે સંખ્યા બે અથવા તેથી વધારે સરખાં અવય- વેાનેા ગુણાકાર છે તે અવયવેામાંના એકનેા ઘાત કહેવાય છે અને તે અવયવ તે સંખ્યાનું ઘાત મૂળ છે.

દા. ૨૫ તે ૫ નેા ઘાત છે અને ૫ તે ૨૫ નુ ઘા- ત મૂળ છે. ૫૧૨ તે ૮ નેા ઘાત છે અને ૮ તે ૫૧૨ નુ ઘાત મૂળ છે. અમુક ઘાત મુળ અમૂક રકમમાં કેટલી વ- ખત સમાયલું છે તે જણાવવાને જે અંક ઉપર મૂકવામાં આવે છે તેને પ્રકાશક-ચિન્હ કહે છે આ ચિન્હને ઘાત મૂળ બતાવવાને ડાબી તરફ V આવી નિશાની કરીને તે- ના ઉપર મૂકવામાં આવે છે.

દા. ૫ એ ૨૫ માં કેટલી વખત સમાયલા છે? જે-

રલી વખત સમાયલા હોય તે બતાવનાર અંક તેજ ઘાત પ્રકાશનું ચિન્હ કહેવાય છે.

$૫^૨=૨૫$ વા $૫=\sqrt[૨]{૨૫}$; $૫^૩=૧૨૫$ વા $૫=\sqrt[૩]{૧૨૫}$

જ્યાં વર્ગ મૂળ બતાવે છે ત્યાં ૨ મૂકવામાં આવતા નથી પણ ઘનમૂળ વિગેરેમાં તે નિશાની ઉપર ઘાત પ્રકાશક ચિન્હ મૂકવામાં આવે છે

જેમકે ૩૬ એ$=૬^૨$ વા $\sqrt{૩૬}=૬$
૪૯ એ$=૭^૨$ વા $\sqrt{૪૯}=૭$
૬૪ એ$=૮^૨$ વા $\sqrt{૬૪}=૮$
૬૪ એ$=૪^૩$ વા $\sqrt[૩]{૬૪}$

ઉપરની બીના ઉપરથી માલુમ પડે છે કે $૬^૨$, $૭^૨$, $૮^૨$, $૪^૩$વીગેરે ૬×૬, ૭×૭, ૮×૮ ૪×૪×૪ વિગેરે લખાવાનાં ટુંકા રૂપ છે અને $૩૬=૬^૨$ વા $૬=\sqrt{૩૬}$એ ફક્ત એકજ બાબત બતાવાને બે જૂદી રીતો છે તેમ લાગે છે અને આજ નિયમ ગમે તે ઘાત વા ઘાત મૂળને લાગુ પડે છે, કારણ કે ૨૭ એ $૩^૩$ અને $૩=\sqrt[૩]{૨૭}$ આ બરોબર છે.

અમુક સંખ્યા અમુક સંખ્યામાં બે વખત સમાયલી હોય છે ત્યારે તેને ઘન કહે છે આ બન્ને એટલે વર્ગ અને ઘન નામ ભૂમીતીમાંથી લેવામાં આવે છે.

ઉપયોગી. ઘાત મૂળ અને ઘાત ચિન્હ આપ્યાં હોયનો ઘાત ફક્ત ગુણાકારથીજ શોધી કઢાય છે

દા.) ઘાતમુળ ૫ અને ત ઉપરનું ઘાત ચિન્હ ૪ છે તો ઘાત કેટલો થશે.

રીતી ઘાતમૂળનો ઘાત ચિન્હ જેટલુ હોય તેટલી વખત ઘાતમૂળે ગુણાકાર કરવો. ૫×૫×૫×૫=૬૨૫ જ.

સુચના જો $૭^૫×૭^૨$ આવી બે રકમોનો ગુણાકાર કરવાનો હોય તો સાત ઉપર જે ઘાતચિન્હ મૂકયાં છે તે-

મનો સરવાળો કરે તેટલાં થશે. $૫+૨=૭$ ∴ $૭^{૭}$ જ.

દા. $૯^{૩}×૯^{૮}×૯^{૨}$ નો ગુણાકાર કરો

૧) કોઈ પણ ઘાત સંખ્યાનો વર્ગ ઘન વિગેરે કર- કરવાનાં હોય ત્યારે ઘાતપ્રકાશક ચિન્હોને અનુક્રમે બમણાં ત્રમણાં વિગેરે કરવાં. દા.) $૫^{૨}$ વર્ગ શુ થશે.

૫ ઉપરના ઘાતચિન્હને નિયમ મૂજબ વર્ગ કરવાના છે માટે બમણા કરવા. ∴ ૨ ના બમણા ૪ ∴ $૫^{૪}$ જ.

દા.) $૫^{૨}$ નો ઘન શુ થશે?

ઉપરનાજ નિયમાનુસારે ૨ ના ત્રમણા કરવા ∴ $૫^{૬}$ જ.

જ્યારે કોઈ પણ ઘાત સંખ્યાને તેજ સંખ્યાની બી- જી ઘાત સંખ્યાએ ભાગવાના હોય ત્યારે સંખ્યા ઉપરના ઘાતચિન્હમાંથી ભાગનારની ઉપરના ઘાતચિન્હે બાદ કરવા ને જે બાદબાકી આવે તેટલાં ઘાતચિન્હ તે સંખ્યા ઉપર ભાગાકારમાં મૂકવાં

દા. $૨૫^{૭}÷૨૫^{૫}$ $૨૫^{૭}÷૨૫^{૫}$ ∴ $૭-૫=૨$ ∴ $૨૫^{૨}$ જ.

૩) જ્યારે કોઇ સંખ્યાનો ઘાત કર્યા પછી જો જ- વાબ ૧ આવે તો જાણવું કે તે સંખ્યા ઉપર ઘાત પ્ર- કાશક ચિન્હ ૦ છે અને જો તેની તેજ સખ્યા આવે તો જાણવું કે તેના ઘાત પ્રકાશક ચિન્હ એક છે જેની સા- બીતી નીચેના દાખલાથી થશે.

દા. ૧) $૪^{૨}÷૪^{૨}$ $૨-૨=૦$ ∴ $૪^{૦}=૧$ જ.

દા. ૨) $૪^{૩}÷૪^{૨}$ ∴ $૩-૨=૧$ ∴ $૪^{૧}=૪$ જ.

૪) સંખ્યાનો અમુકઘાત તે સંખ્યાના અવયવોના તેજ ઘાતના ગુણાકાર બરોબર છે.

$૧૫^{૫}$ ઘાત તે ૧૫=(૩×૫) જે અવયવો છે તેમ- ના $૩^{૫}×૫^{૫}$ની બરોબર છે

કારણકે ૧૫×૧૫×૧૫×૧૫×૧૫=૩×૩×૩×૩× ૩ ×

૫×૫×૫×૫×૫=૨૪૩×૩૧૨૫=૭૫૯૩૭૫ જ.

૫) જ્યારે કોઇ સંખ્યાને છેડે એક મીડુ હોય તો તેના વર્ગને છેડે બે મીડાં અને ધનને છેડે ત્રણ મીડાં આવે એટલે કે વર્ગમાં બમણો, અને ઘણમાં ત્રણ ઘણાં થાય.

દા. ૧૦ નો વર્ગ ને ઘન શું થશે?

$(૧૦)^૨=૧૦૦$ કારણ કે ૧૦×૧૦=૧૦૦ જવાબ.
$(૧૦)^૩=૧૦૦૦$ કારણ કે ૧૦×૧૦×૧૦=૧૦૦૦ જવાબ.

૬) ઘાતમૂળ કાઢવાને માટે વિચારતાં માલમ પડી આવે છે કે ઘાતમૂળ ઘણી સંખ્યાનું બરાબર નીકળી શકતું નથી. પરંતુ આશરેજ માત્ર માલમ પડી આવે છે. કારણ કે જો આપણે જે અંકોનું પુરેપુરૂ વર્ગમૂળ વા ઘનમૂળ નીકળી શકે છે તેમને તપાસીશું તો માલમ પડશે કે તેમની સંખ્યા આખી સંખ્યામાં ઘણીજ નાની છે.

દા. (૧, ૪, ૯, ૧૬, ૨૫, ૩૬, ૪૯, ૬૪, ૮૧, ૧૦૦) આ વર્ગ સંખ્યા છે જે ફક્ત સો સુધીમાં દશજ છે.

(૧, ૮, ૨૭, ૬૪, ૧૨૫, ૨૧૬, ૩૪૩, ૫૧૨, ૭૨૯, ૧૦૦૦) આ ઘન સંખ્યા છે. ને તે ૧૦૦૦માં ફક્ત ૧૦ છે. જો આ પ્રમાણે આગળ વિચારી શું તો જેમ મોટી સંખ્યા તેમ તેમની સંખ્યામાં અંક ઓછો થાય છે ઘાત કાઢવો તે સહેલું પડે છે પણ ઘાતમુળતો ઘણું અઘરૂ પડે છે જે લોગર તમથી ઘણુંજ સહેલું છે જે આગળપર કહેવામાં આવશે. સ્વભાવીક અનુક્રમ એકથી દશ સુધીની સંખ્યાનો વર્ગ અને ઘન તથા વર્ગનો વર્ગ.

સંખ્યા. ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦,
વર્ગ ૧, ૪, ૯, ૧૬, ૨૫, ૩૬, ૪૯, ૬૪, ૮૧, ૧૦૦,
ઘન ૧, ૮, ૨૭, ૬૪, ૧૨૫, ૨૧૬, ૩૪૩, ૫૧૨, ૭૨૯, ૧૦૦૦,
વર્ગનો વર્ગ ૧, ૧૬, ૮૧, ૨૫૬, ૬૨૫, ૧૨૯૬, ૨૪૦૧, ૪૦૯૬, ૬૫૬૧, ૧૦૦૦૦

ઉપરના અંકો ઉપરથી માલમ પડ છે કે અંકની સંખ્યાનો વર્ગ.

કેટલા અંકની સંખ્યાનો.	વર્ગમાં અંક સંખ્યા કેટલી થશે.
૧	૧ વા ૨
૨	૩ ,, ૪
૩	૫ ,, ૬
૪	૭ ,, ૮
૫	૯ ,, ૧૦
એ પ્રમાણે &c.	એ પ્રમાણે આગળ પર &c.

સરાસરી કિંમત.

ગમે તેટલી એકજ જાતની રકમો અથવા ચીજોની સરાસરી કીમત સહેલાઇથી કાઢવી હોય તો તેમની કીમત વા તેમની સંખ્યાના સરવાળાને તેમની કુલ સંખ્યાએ ભાગવા.

દા. એક નીશાળમાં શોમ=૪૨, મંગળ ૩૮, બુધે ૩૬, ગુરૂ ૪૯ શુકરે ૫૪ અને શની ૩૩ છોકરા હાજર છે ત્યારે તે અઠવાડીયાની સરાસરી હાજરી શી થશે (અઠવાડીયાના દીન ૬ લેખે,

$$\frac{૪૨+૩૮+૩૬+૪૯+૫૪+૩૩}{૬ \text{ દીવસે}} = \frac{૨૫૨}{૬} = ૪૨ \text{ જવાબ.}$$

દા ૨) સાત છોકરા વચ્ચે જો દરેકને અનુક્રમે, ૩૦, ૫૦, ૩૫, ૪૫, ૫૯, ૩૨, ૪૩ નારંગી આપે છે તો દરેકને સરાસરી કેટલાં પડયાં.

$$\frac{૩૦+૫૦+૩૫+૪૫+૫૯+૩૨+૪૩}{૭} = \frac{૨૯૪}{૭} = ૪૨ \text{ જ.}$$

માલ અરસપરસ બદલવાને માટે.

આવેલા માલના જથાને અને તેની મુકરર તોલની કીમતને જેનો જવાબ શોધી કાઢવાનો હોય તે માલની મુકરર (Samo) વજનની કીમતે ભાગવા.

દા. ૩૨ પૈસે શેર ઘીને બદલે ૨૨૪ શેર ૧૦ પૈસે શેરના ભાવનું તેલ કેટલું આપવું જોઇએ.

$$\frac{૨૨૪\times૧૦}{૩૨}=\frac{૨૨૪૦}{૩૨}=૭૦$$ જવાબ

મેળવણી.

૧) સઘળા માલની કીમત કાઢવી અને પછી માલની જાતના સરવાળાએ ભાગવા.

દા. એક માણસે ૪ રૂપૈયે મણલેખે ૧૦ મણ ગોળ ૭ રૂપૈયે મણલેખે ૧૫ મણ ગોળ અને ૮ રૂપૈએ મણલેખે ૪ મણ ગોળ લીધો તો મેળવણીનો ભાવ શો?

૧૦×૪= ૪૦
૧૫×૭=૧૦૫
૪×૮= ૩૨

માલની જાતનો સરવાળો. ૨૯ =૧૭૭

$\frac{૧૭૭}{૨૯}=૬\frac{૩}{૨૯}$ રૂ. જવાબ.

૨) ભાવની જાતને જોડકામાં ગોઠવવી (એટલે કે વચલા ભાવના કરતાં મોટી અને એક નાની). એક જાતનો માલ અને વચલા ભાવની કીમતનો તફાવત તે બીજી જાતના માલના તોલની બરાબર થશે.

દા. આઠ આને ૧ શેર ઘીની ૫ આને શેર ઘીની સાથે કેવી રીતે ભેળ કરૂં તો ૬ આને શેર ઘી પડે.

૬ { ૮ ૧ ૮
  { ૫ ૨ ૧૦
      ૩ ૧૮ .·. શેરના ૬ આના પડ્યા.

દા. ૧૨ આને અને ૧૮ આને શેર ચા મળે છે તે ચાની કેવી રીતે મેળવણી કરવી કે ૧૪ આને શેર ચા પડે.

અ ૧૨ ૧૮ { અ કૃતીમાં મૂક્યા પ્રમાણે બે કીમત
૧૪ { મૂકવી જેમકે ૧૨ અને ૧૮ ને તેમની
૪ ૨ { નીચે વચમાં ૧૪ એટલે વચલા ભાવની

કીમત મૂકવી તે પછી મોટી રકમમાંથી નાની બાદકરીને બાદબાકી આવે તે તેની સામેની રકમ તળે મૂકવી આ પ્રમાણે બન્નેમાં કર્યા પછી જે આવે તે મેળવણી કરવાનું જેની તળે હોય તે જાતનું માપ વજનમાં આવ્યું તેમ જાણવું.

બાર આનાની ૪ શેર ચા સાથે ૧૮ આનાની ૨ ચા મેળવે તો જે મેળવણીનો ભાવ ૧૪ આના લેખે પડે. તાળો (૪×૧૨ ૪૮+(૧૮×૨)૩૬=૮૪÷૬.·.૧૪દરશેરનોભાવ.

દા. ૩) કણીયો જો ૧૨ આને મણના ભાવની બાજરીને ૧૫ આને મણના ભાવની બાજરી સાથે મેળવે તો કેવા પ્રમાણમાં તેમનો ભેળકરશે કે જેથી કરીને ૧૪ આને મણ બાજરી પડે.

૧૨ ૧૫ જ. એક મણ બાર આને ભાવની સાથે ૧૫
૧૪ આને ભાવનાં ૨ મણ સાથે મેળવો.
૧ ૨

દા. ૪) ૯, ૧૦, ૧૨, ૧૪ આને મણના કોદરાનો ભેળ કેવી રીતે કરવો કે જેથી ૧૧ આને વેચતાં ખોટ વા નફો ન થાય? ઉપર આપેલા નિયમ પ્રમાણેજ.

૧૧	૯)	૩	૨૭
	૧૪)	૨	૨૮
	૧૦)	૧	૧૦
	૧૨)	૧	૧૨
		૭	૭૭

.·. એક મણના ૧૧ આના.

દા. ૫) ૩ રૂ. મણના, ૨ રૂ. મણના અને ૨॥ રૂ. ઘઉંની મેળવણી શા પ્રમાણે કરે તો મેળવણીનો ભાવ ૨॥ રૂપીયા પડે?

```
      ⎧ ૩ ⎫   ૦॥+૧       મણ   રૂ કીમત.
૨॥  ⎨ ૨ ⎬   ૦॥         ૧॥   ૪॥
      ⎩ ૧॥⎭   ૦॥     ∴   ૦॥   ૧
                          ૦॥   ૦॥।
                         ----  ----
                          ૨॥   ૬।
```

∵ ૨॥ મણના ૬। રૂ ∴ ૧ મણના ૨॥ રૂ.

```
      ⎧ ૩  ⎫   ૧ +૦॥   ∴  ૧॥
૨॥  ⎨ ૧॥ ⎬   ૦॥          ૦॥
      ⎩ ૨  ⎭   ૦॥          ૦॥   ઉપર પ્રમાણે.
```

$$\frac{\text{ટેક્ષ}\times ૧૦૦}{\text{ટેક્ષની મીલકતની કીમત.}} = \text{દર.}$$

દા. જો ૯૬૭૦૦ પૈંડ કર ૪૮૩૫૦૦૦૦ પૈંડ ઉપર આપવો પડે તો તેનો દર શો?

$$\frac{૯૬૭૦૦૦\times ૧૦૦}{૪૮૩૫૦૦૦૦} = ૨ \text{ પૈંડ જ.} \quad \frac{\text{ટેક્ષ}\times ૧૦૦}{\text{દર}} = \text{ટેક્ષની મીલકત}$$

દા. જો ૪ ટકા લેખે કોઇ રકમનો ટેક્ષ ૯૯૬ પૈંડ આપવો પડે તો તે રકમ કઇ?

$$\frac{૯૯૬\times ૧૦૦}{૪} = \frac{૯૯૬૦૦}{૪} = ૨૪૯૦૦ \text{ પૈંડ જવાબ.}$$

$$\frac{\text{માલની કીમત}\times\text{દર}}{૧૦૦} = \text{ટેક્ષ.}$$

દા. ૮૭૫ પૈંડનો ૫ ટકા લેખે કેટલો ટેક્ષ આપવો પડશે.

$$\frac{૮૭૫\times ૫}{૧૦૦} = \frac{૪૩૭૫}{૧૦૦} = \frac{૧૨૫}{૪} = ૩૧\tfrac{૧}{૪} \text{ પૈંડ જવાબ.}$$

(૧) વીમો ઉતારવા સારૂ આપેલી રકમ $= \dfrac{\text{જેટલાનો વીમો ઉતારેલો હોય તે રકમ}}{૧૦૦} \times \text{દર.}$

દા. દર સેંકડે ૨½ ટકા લેખે ૫૭૦૦ પૌંડનાનું વીમા ખર્ચ શું થશે?

$$\frac{૫૭૦૦\times૨\frac{૧}{૨}}{૧૦૦}=\frac{૫૭૦૦\times૫}{૨\times૧૦૦}=\frac{૨૮૫}{૨}= ૧૪૨ \text{ પૌંડ } ૧૦$$

શીલીંગ જવાબ.

(૨) કેટલા માલનો વીમો ઉતાર્યો હશે કે જેથી કરીને માલ અને વીમાનું ખર્ચ બંને અંદર આવી જાય.

રીતી. $\frac{\text{માલની કીમત}\times૧૦૦}{૧૦૦-\text{દર}}$=કેટલો માલ.

દા. ૩)દરસેંકડે રૂ ૭–૮આ પ્રમાણે રૂ. ૧૯૨૫ના વીમાનું વીમા ખર્ચ શું?

$\frac{\text{રકમ}\times૧૦૦ \text{ ઉપરનો દર}}{૧૦૦}$=વીમા ખર્ચ.

$$\frac{૧૯૨૫\times૭\frac{૧}{૨}}{૧૦૦}=\frac{૧૯૨૫\times૧૫}{૨\times૧૦૦}=\frac{૧૧૫૫}{૮}=\text{રૂ. } ૧૪૪–૬\text{આ.}$$

દા. ૪) ૬૫૦ માણુસની વસ્તી વાળા ગામમાં ૧૨૫ ધારાળા, ૧૭૫ પાટીદાર, ૨૦૦ વાણીઆ તથા બ્રાહ્મણ અને બાકીની નીચ જાત છે તો સરેરાશ સેંકડે કેટલી પડી.

૬૫૦: ૧૦૦:: ૧૨૫:: ૧૯$\frac{૩}{૧૩}$ સેંકડે ધારાળાની સંખ્યા.

૬૫૦: ૧૦૦:: ૧૭૫:: ૨૬$\frac{૧૨}{૧૩}$ સેંકડે પાટીદારની સંખ્યા.

૬૫૦: ૧૦૦:: ૨૦૦:: ૩૦$\frac{૧૦}{૧૩}$ સેંકડે વાણીઆ બ્રાહ્મણની સંખ્યા.

૬૫૦: ૧૦૦:: ૧૫૦:: ૨૩$\frac{૧}{૧૩}$ સેંકડે નીચજાતની સંખ્યા.

દા) ૩ ટકા લેખે ૨૨૨૫ રૂા વીમાનું ખર્ચ અને માલની કીમત અંદર આવે તો કેટલા માલની કીમતનો વીમો ઉતરાવ્યો હશે?

$$\frac{૨૨૨૫\times૧૦૦}{૧૦૦-૩} = \frac{૨૨૨૫૦૦}{૯૭} = \text{રૂ. ૨૨૯૩–૧૩ આ. ૦}\frac{૩૬}{૯૭}\text{ પા. જ.}$$

લોન અને શેર.

૧) સરખી કીમતના સ્ટોકની કીમતને ગુણીને ૧૦૦ એ ભાગવા. દા. ૬૪૨ રૂ. સ્ટોકની જો બજારભાવ ૬૯⅛ હોય તો કેટલા રૂપૈઆ જોઇએ ?

$$\frac{૬૪૨\times૬૯\frac{૧}{૮}}{૧૦૦} = \frac{૬૪૨\times૫૫૩}{૮\times૧૦૦} = \text{રૂ. ૪૪૩. ૧૨ આ. ૬}\frac{૬}{૨૫}\text{ પા. જ.}$$

$$\frac{\text{(૨) રેઇટપર્સેન્ટ ડીવીડન્ડ}\times૧૦૦}{\text{દરેક શેરની કીમત}} = \text{દર.}$$

દા. ૮ ટકા લેખે ૧૦૦ ના સ્ટોકના ૧૨૦ બેસે તો ૬ ટકાલેખે ૧૦૦ના સ્ટોકના ૯૦ બેસે તો દર શો ?

$$\frac{૮\times૧૦૦}{૧૨૦} = ૬\frac{૨}{૩} \quad \frac{૬\times૧૦૦}{૯૦} = \frac{૨૦}{૩} = ૬\frac{૨}{૩}\text{ જવાબ.}$$

$$\frac{\text{(૩) સ્ટોકનો દર}\times૧૦૦}{\text{હાલમાં વ્યાજ પરવડતું હોય તે}} = \text{ખરીદ કીમત.}$$

દા. ૮ દરનો ૧૦૦ના સ્ટોકનો જો હાલ વ્યાજ ૬ ટકા પરવડે તો ખરીદ કીમત શી ?

$$\frac{૮\times૧૦૦}{૬} = \frac{૪૦૦}{૩} = ૧૩૩\frac{૧}{૩}\text{ જવાબ.}$$

સુચના. દલાલી જો દાખલામાં કહી હોયતોજ હિસાબમાં ગણવી. ઘણું કરીને સોના સ્ટોક ઉપર ⅛ ટકા દલાલી ચઢે છે. તે સ્ટોક વેચનાર તેમજ લેનારને આપવી પડે છે. તે દલાલી દલાલને મળે છે.

૪) જો આપણે સ્ટોકની વેચાણ કીમત જાણતા હોઇએ તો ગમે તેટલા સ્ટોકની ઉપજેલી કીમત જાણી શકીએ.

દા. રૂ. ૨૪૦૦ના સ્ટોકની ૩ ટકા લેખે ૮૫ના ભાવે શું આવશે.

$\frac{\text{ભાવ}\times ૨૪૦૦}{૧૦૦}$ = જ. $\frac{૮૫\times ૨૪૦૦}{૧૦૦}$ =૨૦૪૦ જ.

(૫) જો સ્ટોકની વેચાણ કીંમત માલમ હોયતો અમુક રકમનો કેટલાનો સ્ટોક આવી શકશે તેમળી આવશે-

દા. ૮૫ને ભાવે ૨૦૪૦ રૂ.નો કેટલાનો સ્ટોક મળશે ?

$\frac{૧૦૦\times ૨૦૪૦}{\text{ભાવ}=૮૫}$ =૨૪૦૦

(૬) જો સ્ટોકના ઉપર મળતા વ્યાજનો દર જાણ્તા હોઇએ તો આવેલા રૂપૈઆના સ્ટોકની વાર્શીક થતી ઉપજ શોધી કહાય. દા. ૫ ટકા લેખે રૂા. ૩૫૦૦ના સ્ટોકની વાર્શીક ઉપજ કેટલી થશે. $\frac{૩૫૦૦\times ૪}{૧૦૦}$ =૧૭૫ જવાબ.

દા. ૭) ૨૫૭૫રૂના ટકા લેખેના સ્ટોકની વારસીક ઉપજ શી થશે ?

૧૦૦ના સ્ટોકની ૩ટકા ઉપજ ૧વર્ષની થાય છે.

∴ $\frac{૨૫૭૫\times ૩}{૧૦૦}$ =૭૭-૨૫ ∴રૂ ૭૭ અને ૪ આના જ.

દા. ૮) ૫ ટકા લેખેના ૯૮ના ભાવના સ્ટોકમાં કેટલા રૂપીયા રોકેતો વાર્શીક ઉપજ ૫૦૦ રૂપૈયા થાય ?

૧૦૦ના સ્ટોકે રૂ ૯૮ આપવા પડે છે ને રૂપૈયા ૫ એક સ્ટોકના એટલે ૯૮ રૂપૈઆના વર્ષે ઉપજ આવે છે.

∴ ઉપજ : નીઉપજ :: રોકવાપડે $\frac{૯૮}{૫}\times\frac{૫૦૦}{૧}$ =૯૮૦૦ જ.
૫ : ૫૦૦ :: ૯૮

દા. ૯) એક માણસે જ્યારે ૫ ટકા લેખેના ૧૦૨ના ભાવના સ્ટોકને ૪ ટકા લેખેના ૯૯ ના ભાવના સ્ટોકમાં નાંણાં રોકયાં ત્યારે માલમ પડયું કે તેની ઉપજમાં ૧૪૫૦ રૂ ની ખોટ આવે છે ત્યારે તેનાં નાંણાં રોકેલાં કેટલાં હશે? પહેલી વખતે તેને એક રૂપૈયે $\frac{૫}{૧૦૨}$ ઉપજ હતી. બીજી

વખતે તેને એક રૂપૈયે $\frac{૪}{૯૯}$; $\frac{૫}{૧૦૨}-\frac{૪}{૯૯}=\frac{૨૯}{૩૩૬૬}$

$\frac{૨૯}{૩૩૬૬}$: ૧૪૫૦ : : ૧૩ રોકેલા હોય .·. ૧૬૮૩૦૦ જ.

સુચના. આ શિવાય બે જાતના સ્ટોક સરખાવવામાં આવે છે અને તેમાં કયો વધારે લાભ કારક છે તે શોધી કાઢવામાં પણ ઉપરની રીતી વાપરવી

આપ લેનું સરખું પ્રમાણ.

દરેક દેવું કે જે અમુક મુદતમાં લેણું થવાનું છે તેનો ગુણાકાર કરવો. અને પછી જે જુદા જુદા ગુણાકારો આવે તેનો સરવાળો કરવો અને જે આવે તેને સઘળાં દેવાંના સરવાળાએ ભાગવાથી સરખો વખત આવશે કે જે મુદતમાં બધું દેવું વળાય.

દા. અ એ ૫૦૦ રૂ. ૫ માસ રાખ્યા અને ૨૭૫ રૂ. ૮ માસ સુધી રાખ્યા તો જો તેણે બધા રૂપૈઆ સાથેજ રાખ્યા હોતતો કેટલી મુદત રાખી શકત ?

$$\frac{૫૦૦×૫+૨૭૫×૮}{૫૦૦×૨૭૫}=\frac{૨૫૦૦+૨૨૦૦}{૭૭૫}=\frac{૪૭૦૦}{૭૭૫}=૬\frac{૨}{૩૧}$$

દા. ૨) રૂ. ૫૭૫ માસ ૪ પછી આપવાના છે રૂ. ૪૦૦ માસ ૨$\frac{૧}{૨}$ પછીને રૂ ૧૨૦૦ માસ ૧૦ પછી આપવાના છે તો સામટા રૂપૈઆ ક્યારે આપી શકે ?

$$\frac{૫૭૫×૪+૪૦૦×૨\frac{૧}{૨}+૧૨૦૦×૧૦}{૫૭૫+૪૦૦+૧૨૦૦}=\frac{૧૫૩૦૦}{૨૧૭૫}=૭\frac{૧}{૨૯}$$

સાંકળ રીત.

દા. ૧) નારંગી ૪=૧૨ જામફળ ૫=૪૫ બોર ૧૨=૪૮ ચણાના દાણા ૯=૩૬૯ બાજરીના દાણા

બાજરીના દાણા ૫૬૩૪૪૨=કેટલાં નારંગી.

$$\frac{૪×૫×૧૨×૯×૫૬૩૪૪૨}{૧૨×૪૫×૪૮×૩૬૯}=\frac{૯૩૯૦૭}{૩૬૯×૨}=\frac{૯૩૯૦૭}{૭૩૮}=૧૨૭\frac{૧૮૧}{૭૩૮}$$

દા. ૨) સેકન્ડ ૬૦=૧મિનિટ ૬૦=૧ કલાક
૨૪=૧ દિવસ ૩૦=૧ માસ
૧૨=૧ વર્ષ ૧=કેટલી સેકન્ડ.

$\therefore \frac{૬૦\times૬૦\times૨૪\times૩૦\times૧૨\times૧}{૧\times૧\times૧\times૧\times૧}$ =૩૧૧૦૪૦૦૦સેકન્ડ જવાબ.

કોઇ પણ મળ શોધી કાઢવાની રીતિ.

આગળ આપણે કહી ગયા છીએ કે કોઇ પણ ઘાત કરવો તે ફકત ગુણાકારની એક ખાસ રીતિ છે. સાધારણ ગુણાકારમાં અમુક રકમે અમુકને ગુણવાનું છે. પરંતુ અમુક ઘાત કરવામાં તો એકજ રકમને તેજ રકમે જેટલામો ઘાત કરવાનો હોય તેટલા વખત ગુણવાનું છે. માટે ઘાત કરવામાં ગુણાકાર સિવાય બીજું કંઇ વધારે નથી. તેમજ તેની રીતિ પણ સરળ છે. જેટલામો ઘાત કરવાનો હોય, તે જણાવવાને વાસ્તે જે સંખ્યાપર ચિન્હ મૂકવમાં આવે છે તેને ઘાત ચિન્હ કહે છે. દા. ૫^૪. તો ^{૪} તે ઘાત ચિન્હ છે, ને જેવો ૫×૫×૫×૫=૬૨૫. ઘાત વા ઘાતમૂળ કાઢવાનાં પ્રથમ બે ઘાત વા બે ઘાતમૂળને વર્ગ વા વર્ગમૂળ કહે છે; પણ ત્રણ ઘાત વા ત્રણ ઘાતમૂળને ઘન વા ઘનમૂળ કહે છે. ને ચાર ઘાત વા ચાર ઘાત મૂળને ચતુર્ઘાત વા ચતુર્ઘાતમૂળ અને એ પ્રમાણે આગળને માટે.

સુચના—૧. ગમે તે ઘાત મૂળ નીકળી શકે છે ને તેને માટે લગાર લંબાણ કોઇ કોઇ વખત થાય છે પણ તે લંબાણ તે ઘાત મૂળના પ્રમાણમાં કાંઇજ નથી. દા. કોઇ રકમનુ $\sqrt[૬૫]{}$ઘાતમૂળ કાઢવાનું હોયતો શું કરવું? ઉત્તર પ્રથમ પંચ ઘાતમૂળ કાઢવું. પછી જે આવે તેનું ફરીથી પંચ ઘાતમૂળ કાઢવું. ને પછીથી જે આવે તેનું ઘ-

નમૂળ કાઢવું. (દા. ૨ જો.) કોઇ રકમનું $\sqrt[૧૬]{\;}$ ઘાતમૂળ કાઢવું હોય ત્યારે કેમ કરવું ? ઉત્તર પ્રથમ ચતુર્ઘાત મૂળ કાઢીને જે આવે તેનું ચતુર્ઘાતમૂળ કાઢવું. દા. ૩ જો. કોઇ રકમનું $\sqrt[૭૭]{\;}$ અને $\sqrt[૪૯]{\;}$ ઘાતમૂળ કાઢવું હોયતો કેમ કરવું ? ઉત્તર (૧) સપ્ત ઘાતમૂળ કાઢીને પછી જે આવે તેનું એકાદશ ઘાતમૂળ કાઢવું અને (૨) સપ્ત ઘાતમૂળ કાઢીને આવે તેનું ફરીથી સપ્ત ઘાતમૂળ કાઢવું. જે આવે તે જવાબ. આ પ્રમાણે ગમે તે ઘાતમૂળ કાઢવું હોયતો નીકળી શકશે.

ગમે તે મૂળ કાઢવાની રીતિ.

સાંમાન્ય નિયમ. અમુક સંખ્યાનું જેટલું ઘાતમૂળ કાઢવાનું હોય તે સંખ્યાના એકમ અંક ઉપર ચિન્હ મૂકયા બાદ, તેટલા અંક ગણીને સંખ્યાના અંક ઉપર ચિન્હ મૂકી ભાગ પાડવા. દા. વર્ગ મૂળમાં બે, ઘનમાં ત્રણ ચતુર્ઘાતમાં ચાર પંચઘાતમાં પાંચ, સપ્તઘાતમાં સાત એકાદશ મૂળમાં અગીઆર અંક ગણીને તે અંક ઉપર ચિન્હ મૂકવાં. અને આ પ્રમાણે આખી સંખ્યાનાભાગ પાડવા. (૩) આ ભાગ પાડી રહ્યા બાદ પ્રથમ ભાગમાં મોટામાં મોટા કયા અંકનો ઘાત સમાય છે તે જોઇને તે અંક જમણી તરફ જવાબ સારૂ મૂકી તેનો તેટલામો ઘાત કરી આવે તે પ્રથમ ભાગ તળે મૂકી બાદબાકી કરવી જે પછી બીજો ભાગ નીચે ઉતારવો. હવે જે પ્રથમ ભાગનું મૂળ આવ્યું તેને શીકૃતિ કરવાની તે વિશે નીચેના નિયમો જૂદા જૂદા મૂળમાં જૂદા છે તેને યોજવા.

સુચના—રઘાત મૂળકાઢવાના નિયમો અક્ષર ગણિતની નીચેની રીતી ઉપરથી શોધી કાઢવામાં આવે છે.

$(\text{अ}+\text{व})^2=\text{अ}^2+2\text{अव}+\text{व}^2$. આ નિયમાનુસારે વર્ગ મૂળની રીતી છે. (૪) $(\text{अ}+\text{व})^3=\text{अ}^3+3\,\text{अ}^2\,\text{व}+3\,\text{अ}\,\text{व}^2+\text{व}^3$. $(\text{अ}+\text{व})^4=\text{अ}^4+4\text{अ}^3\text{व}+6\text{अ}^2\,\text{व}^2+4\text{अ}\,\text{व}^3+\text{व}^4$. $(\text{अ}+\text{व})^5=\text{अ}^5+5\text{अ}^4\,\text{व}+10\,\text{अ}^3\,\text{व}^2+10\,\text{अ}^2\text{व}^3+5\,\text{अव}^4+\text{व}^5$ $(\text{अ}+\text{व})^7=\text{अ}^7+7\text{अ}^6\text{व}+21\text{अ}^5\text{व}^2+35\text{अ}^4\,{}^3\text{व}+35\text{अ}^{34}\text{व}+21\,\text{अ}^2\text{व}^5+7\text{अव}^6+\text{व}^7$ $(\text{अ}+\text{व})^{11}$નું જે આવે તે નિયમાનુસાર એકાદશ ઘાતમૂળ કાઢવું. હવે વર્ગમૂળ કાઢવાની રીતિમાં સામાન્ય રીતિથી વધારે જે કરવાનું છે તે નીચેના દાખલા ઉપરથી માલુમ આવશે.

દા. ૧ લો. ૬૨૫ નું વર્ગ મૂળ શું?

૨×૨=૪૦	૬૨૫	૨૫
	૪	
૪૦+૫=૪૫	૨૨૫	
	૨૨૫	
	૦૦૦	

આ દાખલામાં પ્રથમ સંખ્યાના એકમ અંક ઉપર ચિન્હ મૂકવું, પછી વર્ગમૂળ કાઢવાનું છે તેથી બે અંક ગણીને તે ઉપર ચિન્હ મૂકવું. આ પ્રમાણે ભાગ પાડયા. બાદ પહેલામાં એટલે ૬માં ફક્ત બે નો વર્ગ સમાય છે, માટે બે જમણી ગમ જવાબમાં મૂકી તેનો વર્ગ પ્રથમ ભાગમાંથી બાદ કર્યો, ને પછી બીજો ભાગ ઉતાર્યો. હવે જે વર્ગ મૂળ આવ્યું તેને બે એ ગુણવા. ને જે આવે તેના ઉપર એક શુન્ય મૂકી, તેમાં ફરીથી જે નુતન અંકે ભાગ જાય તે ઉમેરવા ને તેણેજ ગુણી ભાજ્યથી બાદ કરવો.

દા. ૨ જો. ૩૯૦૬૨૫ નું વર્ગ મૂળ શું થશે?

	૩૯૦૬૨૫	
	૩૬	
૬×૨=	૩૦૬	૬૨૫
૧૨૦+૨=૧૨૨	૨૪૪	
૨	૬૨૨૫	
૧૨૪૦+૫=	૬૨૨૫	
૧૨૪૫	૦૦૦૦	

વર્ગ મૂળ, ઘન મૂળ. ચતુર્ઘાત, પંચ ઘાત, સપ્તઘાત, વિગેરે ઘાતમૂળ કાઢવાની રીતી નીચેના દાખલા ઉપરથી મળી આવશે.

દા. ૧ લો. ૨૧૯૩૬૫૩૨૭૭૯૧ નું ઘનમૂળ કાઢો.

૧(૬³=૬×૬×૬=૨૧૬ | ૨૧૯૩૬૫૩૨૭૭૯૧ | ૬૦૩૧ જ.

૨૧૬

૨(૬²×૩=૧૦૮૦૦ | ૩૩૬૫૩૨૭

૩૨૫૬૨૨૭

૩ { ૬૦²×૩=૧૦૮૦૦૦૦
૬૦×૩×૩= ૫૪૦૦
૩²= ૯
———
૧૦૮૫૪૦૯

૦૧૦૯૧૦૦૭૯૧
૧૦૯૧૦૦૭૯૧
———
૦૦૦૦૦૦૦૦૦

૪ { ૬૦૩²×૩=૧૦૯૦૮૨૭૦૦
૬૦૩×૩×૧= ૧૮૦૯૦
૧²= ૧
———
૧૦૯૧૦૦૭૯૧

સૂચના. ચતુર્ઘાતમૂળ વર્ગ મૂળનું વર્ગમૂળ કાઢવાથી નીકળે છે. તેમજ એકદમ પણ નીકલે છે. એકદમ કાઢવાની રીત જ્યારે કોઇ રકમનું ૮૦ ઘાત મૂળ વા ૭૨, ૮૪,. ૩૨ વિગેરે ઘાત મૂળ કાઢવાનું હોય છે ત્યારે અતિ ઉપયોગી થઇ પડે છે.

દા. ૨જો. ૧૬૭૯૬૧૬ નું ચતુર્ઘાત મૂળ કાઢો

૧ { ૩⁴=૩×૩×૩×૩=૮૧ | ૧૬૭૯૬૧૬ | ૩૬ જવાબ,

૮૧

૨ { ૩³×૪= ૧૦૮૦૦૦
૩²×૬×૬=૩૨૪૦૦
૩×૪×૬²= ૪૩૨૦
૬³= ૨૧૬
———
૧૪૪૯૩૬

૮૬૯૬૧૬
૮૬૯૬૧૬
———
૦૦૦૦૦

દા. ૩જો ૯૭૬૫૬૨૫નું પંચ ઘાતમૂળ શોધી કાઢો ?

૧	$૨^{૫}$=૨×૨×૨×૨×૨=	૩૨	૭૭૬૫૬૨૫	૨૫ જવાબ.
			૩૨	
૨	$૨^{૪}$×૫=	૮૦૦૦૦૦	૬૫૬૫૬૨૫	
			૬૫૬૫૬૨૫	
	$૨^{૩}$×૧૦×૫=	૪૦૦૦૦૦	૦૦૦૦૦૦૦	
	$૨^{૨}$×૧૦×$૫^{૨}$=	૧૦૦૦૦૦		
	૨×૫×$૫^{૩}$=	૧૨૫૦૦		
	$૫^{૪}$=	૬૨૫		
		૧૩૧૩૧૨૫		

સૂચના ષટ્ઘાત મૂળ કાઢવું હોયતો તેની પણ આ પ્રમાણેજ રીત છે. તે પણ બે રીતે કઢાય છે; એકતો વર્ગ મૂળનું ઘનમૂળ વા ઘનમૂળનું વર્ગ મૂળ કાઢવાથી, અને બીજી એકદમ કહાડવાની પણ તેનો ખોટ ચતુર્ઘાતની રીતિથી પૂરાય તેમ છે માટે અત્રે દાખલ કરી નથી.

દા. ૪થો. ૮૬૮૧૨૫૫૩૩૨૪૬૭૨નું સપ્ત ઘાતમૂળ કાંઢો.

૧.	$૯^{૭}$=૯×૯×૯×૯×૯×૯×૯=	૪૭૮૨૯૬૯	૮૬૮૧૨૫૫૩૩૨૪૬૭૨	૯૮
			૪૭૮૨૯૬૯	
	$૯^{૬}$×૭=	૩૭૨૦૦૮૭૦૦૦૦૦૦	૩૯૯૮૨૮૬૩૩૨૪૬૭૨	
	$૯^{૫}$×૨૧×૮=	૯૯૨૦૨૩૨૦૦૦૦૦	૩૮૯૮૨૮૬૧૩૨૪૬૭૨	
	$૯^{૪}$×૩૫×$૮^{૨}$=	૧૪૬૯૬૬૪૦૦૦૦૦	૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦	
	$૯^{૩}$×૩૫×$૮^{૩}$=	૧૩૦૬૩૬૮૦૦૦૦		
	$૯^{૨}$×૨૧×$૮^{૪}$=	૬૯૬૭૨૯૬૦૦		
	૯×૭×$૮^{૫}$=	૨૦૬૪૩૮૪૦		
	$૮^{૬}$	૨૬૨૧૪૪		
		૪૮૭૨૮૫૭૯૧૫૫૮૪		

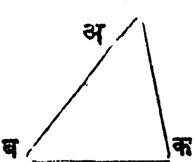
ચોરસ માપ ત્રીકોણ.

ચો.	ચો.			ચો.	ચો.	ચો.	ચો.
મા.	ફ.	એ.	રૂડ	સાં.	પોલ.	યાર્ડ.	ફીટ.
૧	૬૪	૬૪૦	૨૫૬૦	૬૪૦૦	૧૦૨૪૦૦	૩૦૯૭૬૦૦	૨૭૮૭૮૪૦૦
	૧	૧૦	૪૦	૧૦૦	૧૬૦૦	૪૮૪૦૦	૪૩૫૬૦૦
		૧	૪	૧૦	૧૬૦	૪૮૪૦	૪૩૫૬૦
			૧	૨ ૧/૨	૪૦	૧૨૧૦	૧૦૮૯૦
				૧	૧૬	૪૮૪	૪૩૫૬
					૧	૩૦ ૧/૪	૨૭૨ ૧/૪
						૧	૯

પ્રકરણ ૧ લું.

ત્રીકોણ વીશે વીચાર.

કાટખુણ ત્રીકોણ—(૧) બે બાજુઓ આપી હોય તે ઉપરથી ત્રીજી શોધી કાઢવાની રીત.



$\text{अ}^2+\text{ब}^2=\text{क}^2$

$\text{क}^2-\text{अ}^2=\text{ब}^2$

$\text{क}^2-\text{ब}^2=\text{अ}^2$

(૨) જો કર્ણ અને એક બાજુની બાદબાકી વા સરવાળો આપ્યો હોય અને બીજી બાજુ આપી હોય તો તે

ઉપરથી કર્ણ શોધી કાઢવાની રીત—

નીયમ—આપેલી બાજુના વર્ગને આપેલી બાદબાકી વા સરવાળાએ ભાગવા અને જે આવે તે તે સરવાળા વા બાદબાકીમાં ઉમેરી તેનું અર્ધ કરવું જે આવે તે કર્ણ.

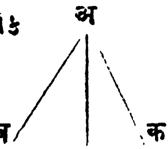
દા. કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો ૮ છે ને બીજી બાજુ ૪ છે તો કર્ણ કેટલો ?

$(૪)^{૨} = ૧૬ \div ૮ = ૨ + ૮ = ૧૦$ જેનું અર્ધ ૫ છે તે કર્ણ જવાબ.

(૩) સમાન્ય બાજુ ત્રીકોણની જે એક બાજુ આપી હોય તો તેની ઉપરથી એક ખુણેથી પાયા સુધીનું અંતર શોધી કાઢવાની રીત—

જે બાજુ આપી હોય તેને .૮૬૬ એ ગુણવા ને જે આવે તે જ.

દા. જો સમાન્તર બાજુ ત્રીકોણની એક બાજુ ૫ હોય તો તે ત્રીકોણના ઉંચાઇ કેટલી ?



$૫ \times .૮૬૬ = ૪.૩૩$ જવાબ ૪.૩૩૦.

(૪) સમદ્વીબાજુ ત્રીકોણની એક બાજુ આપી હોય અને પાયો આપ્યો હોય તો તે ઉપરથી ત્રીકોણની ઉંચાઇ શોધી કાઢવાની રીત—

બાજુના વર્ગમાંથી પાયાના અર્ધનો વર્ગ બાદ કરી જે આવે તેનું વર્ગ મુળ કાઢવું જે આવે તે જવાબ.

દા જો બાજુ ૫ હોય ને પાયો ૬ હોય તો ત્રીકોણની ઉંચાઇ કેટલા ?

$(૫)^{૨} - (૩)^{૨} = ૧૬$ જેનું વર્ગમુળ ૪.

ગમે તેવા ત્રીકોણની ઉંચાઇ કાઢવાની રીત.

(૫) જો ત્રીકોણની ત્રણ બાજુ આપી હોય તો તે ઉપરથી ત્રીકોણની ઉંચાઇ ત્રીકોણની એક બાજુને પાયો ગણી કાઢવી જોઇએ. ત્રણ બાજુના સરવાળાના અર્ધમાંથી દરેક બાજુ જુદી જુદી બાદ કરવી જોઇએ. અને તે પ-

છી અર્ધ સરવાળો અને જુદા જુદી ત્રણ બાકી રહેલી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરી તેને બે બે ભાગી તેનું વર્ગ મુળ કાઢી જે આવે તેને પાયા તરીકે ગણેલી બાજુથી તેને ભાગી નાંખવા જે આવે તે ત્રીકોણની ઉંચાઇ.

ઉપયોગી-ત્રણે બાજુના સરવાળાનું અર્ધ બરોબર स ને ત્રણ બાજુઓના નામ अ, ब, અને क.

$$\frac{२\sqrt{\{स (स-अ) (स-ब) (स-क)\}}}{\text{પાયો}} = \text{ઉંચાઇ.}$$

દા. જો બાજુઓ ૪૨, ૨૬, ૪૦ હોયતો ઉંચાઇ કેટલી ?

$$\frac{२\sqrt{\{५४ (५४-४२) (५४-२६) (५४-४०)\}}}{४२} =$$

$$\frac{२\sqrt{५४\times१२\times२८\times१४}}{४२} = \frac{२\sqrt{३\times३\times६\times६\times२\times१४\times२\times१४}}{४२} =$$

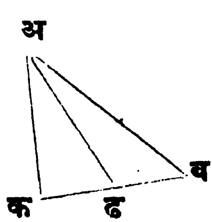
$$\frac{२\times(३\times६\times२\times१४)}{४२}\ २४ \text{ જવાબ.}$$

(૬) કાટખુણ ત્રીકોણમાં જો બે બાજુઓ આપી હોયતો તેના ઉપરથી કાટખુણથી કર્ણ ઉપર દોરેલી સીધી લીટીની લંબાઇ શોધી કાઢવાની રીત—બે બાજુના ગુણાકારને કર્ણથી ભાગવાથી ઉંચાઇ અથવા લંબાઇ આવશે.

$अ\times ब \div क = अड$

દા બાજુઓ અનુક્રમે ૩ અને ૪ છે અને કર્ણ ૫ છે તો કાટખુણની કર્ણ સુધીની સીધી લીટીના લંબાઈ કેટલી ?

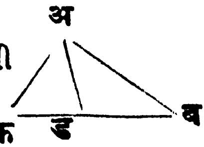
$३\times४\div५=२\frac{२}{५}$ લંબાઇ જવાબ.



(૭) જો કાટખુણ ત્રીકોણમાં કાટખુણથી કર્ણ સુધી સીધી લીટી દોરવાથી જે કર્ણના બે ભાગ થાય છે તે આપેલા હોયતો તે ઉપરથી કાટખુણથી કર્ણ સુધીની સી.

પી લીટી શોધી કાઢવાની રીત—

કર્ણના બે ભાગનો ગુણાકાર કરી જે આવે તેનું વ-ર્ગ મુળ કાઢવું જે આવે તે જવાબ.



દા. ૧૬ અને ૪ કર્ણના બે ભાગની અનુક્રમે લંબાઇ છે તો તે ત્રાકોણની ઉં. ચાઇ કેટલી ?

૧૬×૪=૬૪ જેનું વર્ગમુળ ૮ છે તે જવાબ. ૮ ઉં.

(૮) જો કાટ ખુણ ત્રીકોણમાં સાંકડા ખુણાઓમાંનો એક ૩૦ ડીગ્રીનો હોય ને તેની પાસેની એક બાજુ આપી હોય તો બીજી બાજુઓ કાઢવાની રીત. આમ હોય ત્યારે એક બાજુ આપેલી બાજુ કરતાં બમણી થાય છે અને બીજી બાજુ આપેલી બાજુને √૩ ગુણે તેટલી થાય છે.

દા. કાટ ખુણ ત્રીકોણનો એક સાંકડો ખુણો ૩૦ ડીગ્રીનો હોય અને તેની પાસેની એક બાજુ ૪ હોય તો બીજી બાજુ કેટલી ?

		એક બાજુ	બીજી બાજુ.
૪+૪=૮,	૪√૩	૮	૪√૩ જવાબ.

(૯) જો કાટ ખુણ ત્રીકોણમાં સાંકડા ખુણામાંનો એક ૨૨½ ડીગ્રીનો હોય અને મોટામાં મોટી બાજુ આ-પેલી હોય તો બાકીની બાજુ શોધી કાઢવાની રીત.

જો ઊપર પ્રમાણે હોય તો એક બાજુ √૨+૧×કોટી, અને કોટી બરોબર આપેલી બાજુ ભાગ્યા √(૪+૨√૨) કાટ ખુણ ત્રીકોણમાં મોટામાં મોટી બાજુ કર્ણ હોય છે અને એક બાજુ જડી જે ઉપરથી આગળ કાટખુણ ત્રી-કોણમાં બાજુઓ શોધી કાઢવાની રીત ધ્યાનમાં લઇ હીસાબ કરવો.

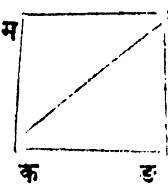
દા. જો કાટખુણ ત્રીકોણમાં કર્ણ ૨૫ હોય તો એક બાજુ સાંકડો ખુણો ૨૨½ ડીગ્રીનો હોયતો બીજી બાજુ કેટલી?

કોટી=૨૫÷$\sqrt{}$(૪+ $\sqrt{૨}$). પાયા=કોટી×($\sqrt{૨}$+૧.)

(૧૦) જો કાટ ખુણ ત્રીકોણના સાંકડા. ખુણામાંનો એક ૩૦ ડીગ્રીનો હોય અને તેની પાસેની બાજુઓ ૪ અને ૫ ઇંચ હોય તો બીજી બાજુ કેટલી?

બાકીની બાજુ=બંને બાજુના વર્ગના સરવાળામાંથી બંને બાજુના ગુણાકારની બાદબાકીના વર્ગ મુળ જેટલી થાય. દા. બે બાજુઓ ૪ અને ૫ હોયને તેમનાથી સમાયેલો ખુણો ૩૦ ડીગ્રીનો હોય તો કાટ ખુણ ત્રીકોણની ત્રીજી બાજુ કેટલી? $\sqrt{\{(૫^{૨}+૪^{૨})-૨૦\}}$ =જ.

ચતુષકોણ આકૃતી વીશે.—(૧૧) સમચોરસની એક બાજુ ૧૦ ફુટ છે તો તેની કર્ણ રેખા કેટલી?



આ દાખલામાં કાટખુણ ત્રીકોણનાકર્ણ પ્રમાણેજ વર્તવાનું છે એટલે કે ૧૦ નો વર્ગ કરી તેને બમણા કરવાને તેનું વર્ગમુળ કાઢવું—આ પ્રમાણે કાટખુણ ચોખુણમાં પણ કર્ણ રેખા કાઢવી.

(૧૨) કાટખુણ ચોખુણની કર્ણ રેખા ૫ ફૂટ છે અને એક બાજુ ૪ હોયતો બીજી બાજુ કેટલી થશે?

આવો દાખલો પણ આગળ કાટખુણ ત્રીકોણમાં બતાવેલી રીતથી થઇ શકે છે એટલે કે $(૫)^{૨}-(૪)^{૨}$= ૨૫−૧૬=૯ જેનું વર્ગમુળ ૩ તે બીજી બાજુ જવાબ.

વર્તુળવીશે.

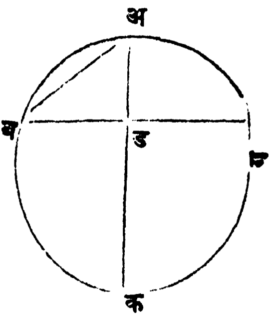
(૧૩) જો વર્તુળનો વ્યાસ આપ્યો હોય તો તે વર્તુળને ૩.૧૪૧૫૯ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$થી ગુણવાથી પરીઘ આવે છે.

દા. જો ૧૨ફૂટ વ્યાસ હોયતો તે વર્તુળનો પરીઘ કેટલો થશે? $\frac{૧૨}{૧}\times\frac{૨૨}{૭}=\frac{૨૬૪}{૭}$=૩૭$\frac{૫}{૭}$ ફૂટ N.B. ત્રીજયાએ વ્યાસનું અડધ છે.

(૧૪) જો વર્તુળનો પરિઘ આપ્યો હોયતો તેને $\frac{૨૨}{૭}$

वा १·१४१५ એ ભાગવાથી તેનેા વ્યાસ નીકળે છે અને તેનું અડધ કરવાથી ત્રીજયા નીકળે છે.

(१५) જો વ્યાસ, અર્ધવર્તખંડની જયા અને વર્તખંડની ઉચાઇ એ ત્રણમાંનાં બે આપ્યાં હેાય તેા તે ઉપરથી ત્રીજુ શેાધી કાઢવાની રીત—



તા क. વીધાર્થીઓએ આ વાત જાણતા પહેલાં જાણવું જોઇએ કે આ આકૃતીમાં આપેલી अड×डक=गड×डब

∴अड×डक = (डब)^2 અને

अड*अक= अब)^2(१) अक=(अब)^2÷अड.∵.વ્યાસ=(અર્ધવર્તખંડની જયા)^2÷વર્તખંડની ઉંચાઇ.(२) अउ=(अब)^2÷अक

∴વર્તખંડની ઉંચાઇ=(અર્ધવર્તખંડનીજયા) ^{2} ÷વ્યાસ—

(३) अब=$\sqrt{\text{अक×अड}}$

∴અર્ધવર્ત ખંડની જયા=$\sqrt{\text{વ્યાસ×વર્તખંડની ઉંચાઇ}}$

દા, १. અર્ધવર્તખંડની જયા १८ આંગળ છે અને વર્તખંડની ઉંચાઇ ६ આંગળ છે તેા વર્તુળનેા વ્યાસ કેટલેા ?

ઉપરના પ્રથમ નીયમ પ્રમાણે વ્યાસ=१८×१८÷६=५४ આં.

(દા. २) કેાઇ વર્તુળનેા વ્યાસ १२$\frac{1}{2}$ આં. છે અને અર્ધવર્ત ખંડની જયા ५ આં.છે તેા વર્તખંડની ઉચાઇ કેટલી?

ઉપરના બીજા નીયમે વર્તખંડની ઉંચાઇ=५×५÷१२$\frac{1}{2}$=२ આં.

(દા. ३) વ્યાસ ६ આંગળ છે અને વર્તખંડની ઉંચાઇ १$\frac{1}{2}$ આંગળ છે તેા અર્ધવર્તખંડની (જયા) કેટલી ?

ઉપરના ત્રીજા નીયમે અર્ધવર્તખંડની જયા=$\sqrt{६×\frac{३}{२}}$=३ આં.

(१६) વર્તખંડની ઉંચાઇ અને જયા આપી હેાય તેા તે ઉપરથી ત્રીજયા અને વ્યાસ શેાધી કાઢવાની રીત—

ઉંચાઇના વર્ગને ૪ થી ગુણી તેમાં જયાનેા વર્ગ ઉમેરવેા જે આવે તેને ૮ વખત ઉંચાઇએ ભાગવા જે આવં તે ત્રીજયા જેનું બમણું કરવાથી વ્યાસ આવે છે. જેનું ટુંકુ રૂપ ત્રીજયા=૪ઉં^{२}+જયા^{२}÷૮ઉંચાઇ.

દા. એક દરવાજાની કમાનની પહેાલાઇ ૨૫ ફુટ છે અને ઉંચાઇ ૫ ફુટ છે તેા તેના ગેાળનેા વ્યાસ શું?

ત્રીજયા=$\frac{४\times५^{२}+२५^{२}}{८\times५}$=$\frac{७२५}{४०}$= $\frac{१४५}{८}$ १८$\frac{१}{८}$×૨=૩૬$\frac{१}{४}$.

(૧૭) જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હેાય તેા તેની અંદર દેારેલા સમબાજુ ત્રીકેાણુની બાજુ શેાધી કાઢવાની રીત—
ત્રીજ્યા×$\sqrt{३}$=સમબાજુ ત્રીકેાણુની એક બાજુ.

દા. જો ૫ ઇંચ વર્તુળની ત્રીજ્યા હેાય તેા તે સમબાજુ ત્રીકેાણુની બાજુ=૫×$\sqrt{३}$ થશે.

(૧૮) જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હેાય તેા તે વર્તુળમાંના સમબાજુ સઇ કેાણુની બાજુ કાઢવાની રીત—

જેટલી ત્રીજ્યાની લંબાઇ તેટલીજ સટ્કેાણુની બાજુ.

દા. જો વર્તુળની ત્રીજ્યા ૧૫ હેાયતેા બાજુ પણ ૧૫ થાય

(૧૯) જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપેલી હેાય તેા તેને $\sqrt{२}$ એ ગુણવાથી તેજ વર્તુળની અંદર દેારેલા સમચેારસની એક બાજુ આવે છે

દા. જો ત્રીજ્યા ૩ હેાયતેા તે વર્તુલની અંદર દેારેલા સમ ચેારસની બાજુ કેટલી થશે? ૩×$\sqrt{२}$ જવાબ.

(૨૦) જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હેાયતેા તેજ વર્તુળમાં દેારેલા સમબાજુ અષ્ટ કેાણની બાજુ=ત્રીજ્યા$\sqrt{\times(२-\sqrt{२})}$.

દા. જો ત્રીજ્યા ૫ હેાયતેા તેજ વર્તુળમાં દેારેલા સમબાજુ અષ્ટ કેાણુ આકૃતીની બાજુ કેટલી થશે? ૫×$\sqrt{(२-\sqrt{२})}$.

(૨૧) જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હેાયતેા તે વર્તુળની આ-

સપાસ દોરવામાં આવેલી સમચોરસ આકૃતીની બાજુ તે ત્રીજ્યાને×૨ આવે છે અને આસપાસ દોરેલા સમચોરસની બાજુ આપી હોય તેને $\frac{૧}{૨}$એ ગુણવાથી ત્રીજ્યા આવે છે.

દા. જો ત્રીજ્યા ૬ હોયતો વર્તુળની આસપાસ દોરેલા સમચોરસ આકૃતીની બાજુ કેટલી થશે? ૬×૨=૧૨.

(૨૨) વર્તુળની આસપાસ દોરેલા સમબાજુ ત્રીકોણ અને સમબાજુ સટ્ કોણ દોર્યા હોયતો અને જો વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હોયતો તેઓની બાજુ શોધી કાઢવાની રીત

૧ ત્રીકોણને માટે—ત્રીકોણની બાજુ=૨ત્રીજ્યા×V૩ અને જો ત્રીકોણની બાજુ આપી હોયતો ત્રીજયા શોધી કાઢવાને માટે. ત્રીજ્યા=$\frac{૧}{૩}$×ત્રીકોણની બાજુ×V૩ જવાબ.

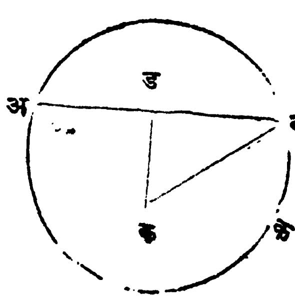
દા. જો ત્રીજ્યા ૬ હોયતો ત્રીકોણની બાજુ શોધી કાઢો? ૬×૨×V૩=૧૨V૩ જવાબ.

(દા. ૨) સટ્કોણની બાજુ=$\frac{૨}{૩}$×ત્રીજયા×V૩ અને ત્રીજ્યા=$\frac{૧}{૨}$×સટ્કોણ આકૃતીની બાજુ×V૩ =૯૦

(૨૩) જો વર્તુળની જ્યાની લંબાઇ આપી હોય અને તે મધ્ય બીંદુથી કેટલે દુર છે તે આપ્યું હોય તો ત્રીજ્યા શોધી શકાય.

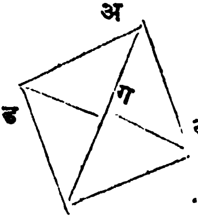
દા. જ્યા ૧૨ ફુટ લાંબી છે અને તે મધ્ય બીંદુથી ૪$\frac{૧}{૨}$ ફુટ છે તો ત્રીજ્યા કેટલી?

રીતી–જ્યાનું અડધ કરીને તેના વર્ગમાં મધ્યે બીંદુથી જ્યા સુધીના છેટાના વર્ગને જોડી દેવો ને જે આવે તેનું વર્ગમુળ કરવું જે આવે તે જવાબ.



૬×૬+$\frac{૯}{૨}$×$\frac{૯}{૨}$=$\frac{૨૨૫}{૪}$ જેનું વર્ગમુળ $\frac{૧૫}{૨}$=૭$\frac{૧}{૨}$ છે તે જ.

(૨૪) સમબાજુ વીષમ ચતુસ્ત્રની બાજુઓ આપી હોય અને તેના બે ભાંગ કરતી એક કર્ણરેખા આપી હોય તો બીજી કર્ણરેખા કેટલી હોય તે શોધી કાઢવાની રીત—



દા. अ ब=૧૦ એટલે દરેક બાજુ ૧૦ હોય અને બેમાંની એક કર્ણ રેખા ૧૨ હોય તો બીજી કેટલી

રીતી. આપેલી બાજુના વર્ગમાંથી આપેલી કર્ણરેખાના અડધનો વર્ગ બાદ કરવો ને જે બાકી રહે તેનું વર્ગમુળ કાઢવુ અને તેને બમણા કરવા એ તેની બીજી કર્ણરેખા. $(૧૦)^2=૧૦૦-(\frac{૧૨}{૨})^2=\sqrt{૬૪}=૮\times૨=૧૬$ જ.

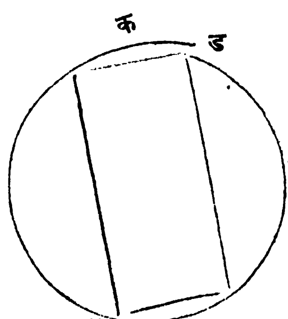
(૨૫) જો કાટખુણ ત્રીકોણના કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો અને બાદબાકી આપી હોય તો બાકી રહેલી બાજુ શોધી કાઢવાની રીત—

દા. જો કાટખુણ ત્રીકોણના કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો ૨૦ હોય અને બાદબાકી ૫ હોય તો બીજી બાજુ શોધી કાઢો. રીતી. સરવાળો અને બાદબાકીનો ગુણાકાર કરી તેનું વર્ગમુળ કાઢવું $૨૦\times૫=\sqrt{૧૦૦}=૧૦$ જવાબ.

(૨૬) કોઇ વર્તુળની અંદર લંબચોરસ આકૃતી દોરી હોય ને તેની ચારેબાજુનો સરવાળો અને તે વર્તુળની ત્રીજ્યા આપી હોયતો તે લંબચોરસની બાજુ શોધી કાઢવાની રીત—લંબચોરસના ચારે બાજુના સરવાળાનું અડધ કરવું અને તેમાં તેમની બાદ બાકીનો વર્ગ ઉમેરવો જે તેજ વરતુળના વ્યાસના વર્ગને બેએ ગુણવા બરોબર થશે.

$(૨૦)^2+(अक-कड)^2=૨\times(\text{વ્યાસ})^2$

દા.—જો ચારે બાજુનો સરવાળો ૨૦ થાય અને વ્યાસ ૮ હોયતો બાજુઓ કેટલી.



૨૦÷૨=૧૦ બે બાજુનેા સરવાળેા

$(૧૦)^2+(अक-कड)^2=૨\times(૮)^2$

$(अक-कड)^2=૧૨૮-૧૦૦=૨૮$; $अक-कड=\sqrt{૨૮}=૫\cdot૩$ ઉમે-રવાથી જેમાં $अक+कड=૨૦$ ${}^2अक=૨૫\cdot૩$ ∴ अक ૧૨·૬૫ બાદકરવાથી $(अक-कड)-(अक+कड)=२कड=૨૦-૫\cdot૩=\frac{૧૪\cdot૭}{૨}$ ∴ $अक=૭\cdot૩૫$ જ. એકબાજુ ૧૨·૬૫ બીજી ૭·૩૫ અને તેમની સામેની બાજુ તેા સરખીજ હેાય છે.

(૨૭) જો ત્રીકોણની બાજુઓ આપી હેાય તેા તેની અંદર દેારેલા વર્તુળની ત્રીજ્યાની રીત—ત્રીકોણના ક્ષેત્રફળને બેએ ગુણીને તેની બાજુઓના સરવાળાએ ભાગવા.

દા. જો ત્રીકોણની બાજુઓ ૩,૪,૫ હેાય તેા તેની અંદર દેારેલા વર્તુલની ત્રીજ્યા કેટલી?

ક્ષેત્રફળ=૬ ∴ ૬×૨÷(૩+૪+૫)= ૧ જવાબ.

(૨૮) જો ત્રીકોણની ત્રણ બાજુ આપી હેાય તેા તેની આસપાસ દેારેલા વર્તુલની ત્રીજ્યા કાઢવાની રીત—ત્રીકોણની ત્રણે બાજુનેા ગુણાકાર કરી તેને ૪ ગુણી તે ત્રીકોણના ક્ષેત્રફળે ભાગવા.

$$\frac{\text{ત્રીકોણનીત્રણેબાજુનેાગુણાકાર}}{\text{૪×ત્રીકોણનું ક્ષેત્રફળ}} \therefore \frac{\text{ત્રીકોણની ત્રણેબાજુનેાગુ.}}{૪\times\sqrt{[स(स-अ)(स ब)(स-क)]}}$$

(૨૯) કોઇ વર્તુલના પરીઘ અને વ્યાસનેા સરવાળેા આપ્યેા હેાય અથવા બાદબાકી આપી હેાયત્તેા તેના ઉપરથી વ્યાસ અને પરીઘ શેાધી કાઢવાની રતિ—

દા. વર્તુલના પરોધનેા અને વ્યાસનેા સરવાળેા ૧૧૬ આંગળ થાય છે તેા પરીઘ અને વ્યાસ શેાધી કાઢેા.

રીતી—પરીઘ અને વ્યાસના સરવાળાને $\frac{૨૨}{૨૯}$ એ ગુણવાથી પરીઘ આવે છે ને $\frac{૭}{૨૯}$ ગુણવાથી વ્યાસ આવે છે.

$\frac{૧૧૬}{૧}\times\frac{૨૨}{૨૯}=૮૮$ આં. પરીધ $\frac{૧૧૬}{૧}\times\frac{૭}{૨૯}=૨૮$ આં. વ્યાસ જ.

દા. કોઇ વર્તુલના પરીધ અને વ્યાસની બાદબાકી ૬૦ આંગળ થાય તો પરીધ અને વ્યાસ શોધી કાઢો.

રીતી–પરીધ અને વ્યાસની બાદબાકીને $\frac{૨૨}{૧૫}$ એ ગુણવાથી પરીધ આવે છે ને $\frac{૭}{૧૫}$ એ ગુણવાથી વ્યાસ આવે છે.

$\frac{૬૦}{૧}\times\frac{૨૨}{૧૫}=૮૮$ આં. પરીધ $\frac{૬૦}{૧}\times\frac{૭}{૧૫}=૨૮$ આં. વ્યાસ જ.

(૩૦) બે વર્તુલની ત્રીજ્યાઓનો સરવાળો જો આપેલો હોય તો તેમના પરીધોનો સરવાળો શોધી કાઢવાની રીત—

દા. જો બે વર્તુલની ત્રીજ્યાઓનો સરવાળો ૬૩ આંગળ હોય તો તેમના પરીધોનો સરવાળો કેટલો હશે?

ત્રીજ્યાઓના સરવાળાને $\frac{૪૪}{૭}$ એ ગુણવા જે આવે તે જવાબ.

$\frac{૬૩}{૧}\times\frac{૪૪}{૭}=૩૯૬$ આંગળ જવાબ.

(૩૧) બે વર્તુલના પરીધનો તફાવત આપ્યો હોય તો તેમના વ્યાસ વા ત્રીજ્યાઓનો તફાવત શોધી કાઢવાની રીત—

દા. બે વર્તુલના પરીધનો તફાવત ૨૨ ઇંચ છે તો તેમના વ્યાસનો તફાવત શો.

રીતી–પરીધોના તફાવતને $\frac{૭}{૨૨}$ એ ગુણવા જે આવે તે જ.

$\frac{૨૨}{૧}\times\frac{૭}{૨૨}=૭$ વ્યાસ ઇંચ. જે ઉપરથી ત્રીજ્યાનો તફાવત શોધી કાઢતાં વાર નહી લાગે કારણ કે વ્યાસનું અર્ધ એ ત્રીજ્યા છે એટલે $૩\frac{૧}{૨}$ ઇંચ.

(૩૨) ગોળની અંદર દોરેલા કાટખુણની બાજુઓ કાઢવાની રીતી—ગોળની ત્રીજ્યાના વર્ગને બમણા કરી જે આવે તેનું વર્ગમુળ કાઢવું.

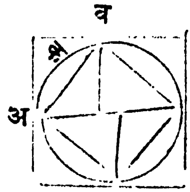
(૩૩) કાટખુણ ચોરસ આકૃતીની આસપાસ કાઢેલા ગોળનો પરીધ કાઢવાની રીતી—બાજુના વર્ગનો અર્ધ કરી તેનું વર્ગમુળકાઢીને તેને $\frac{૪૪}{૭}$ એ ગુણવાથી જવાબ આવશે.

व ગેાળનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હેાયતેા બાજુના વર્ગનું અર્ધ કરીને ૨૨/૭ એ ગુણવાથી જવાબ આવશે.

(૩૪) ગેાળની આસપાસ દેારેલા કાટખુણ ચતુષ્કેાણનું ક્ષેત્રફળ ગેાળની અંદર દેારેલા ક્ષેત્રફળ કરતાં બમણું થાય છે.

अ જો ગેાળની ત્રીજ્યા આપી હેાયતેા તેની આસપાસ દેારેલી કાટખુણ ચતુશકેાણ આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત ત્રીજ્યાનેા વર્ગ કરી તેને ૪એ ગુણવાથી જ.

य. પાસેની આકૃતીમાં આપેલા अ व क આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ શેાધી કાઢવાની રીત—



રીતી—ગેાળના ક્ષેત્રફળમાંથી અંદર દેારેલા કાટખુણ ચેાખુણનું ક્ષેત્રફળ બાદ કરી જે આવે તેને ૪એ બાગવાથી જવાબ આવશે.

પ્રકરણ બીજુ પૃષ્ઠ ૮.

કાટખુણ ચેાખુણનુ ક્ષેત્ર કાઢવાની રીત.

(૧) લંબાઇ અને પહેાળાઇનેા ગુણાકાર કરવાથી જે આવે તે ક્ષેત્ર ફળ.

દા. જો કેાઇ કાટખુણ ચેાખુણ ક્ષેત્રની લંબાઇ ૧૨ ફૂટ હેાય અને પેાહેાળાઇ ૮ ફૂટ હેાય તેા ક્ષેત્રફળ કેટલું?
૧૨×૮=૯૬ ચેા. ફૂ. ક્ષેત્રફળ.

(૨) સમચેારસની બાજુ આપી હેાય તેા તે બાજુનેા વર્ગ કરવાથી જે આવે તે તેનું ક્ષેત્રફળ થાય છે

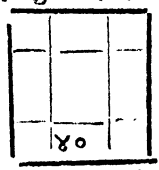
દા. સમચેાસ ક્ષેત્રની એક બાજુ ૬ છે તેા તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલું?
$(૬)^{2}$=૩૬ જ.

દા. ૩૬ યાર્ડ લાંબા અને પેાહેાળા જમીનના કકડાની એક સ્કવેર યાર્ડના ચાર આના લેખે શું બેસશે?

$$૩૬×૩૬=\frac{૧૨૯૬×૪}{૧૬}=રૂ. ૩૨૪.$$

દા. એક સમચેારસ બાગની આસપાસ ચારે તરફ

રસ્તો કરવો છે હવે જો આ બાગની એક બાજુની લં- બાઇ ૪૦ યાર્ડ હોય ને એક ચોરસ યાર્ડ રસ્તો બાંધતાં એ- ક આનો ખર્ચ લાગે તો કુલ ખર્ચ શું થશે ?



$(૪૦)^2$=૧૬૦૦; $(૪૮)^2$=૨૩૦૪

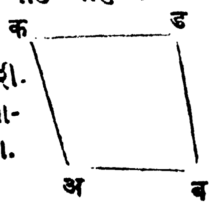
૨૩૦૪−૧૬૦૦=૭૦૪

૧ : ૭૦૪ :: ૧/૧૬−રૂ. ૪૪.

(૩) જો સમચોરસ આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ આપેલું હોયતો તે ક્ષેત્રફળનું વર્ગમુળ કાઢવાથી તેની બાજુ નીકળે છે અ- ને જો કાટખુણ ચોખુણનું ક્ષેત્રફળ આપ્યું હોય અને એ- ક બાજુ આપી હોયતો તે બાજુથી ક્ષેત્રફળને ભાગવાથી બીજી બાજુ નીકળે છે. ∴ લંબાઇ×પહોળાઈ=ક્ષેત્રફળ ∵ લંબાઈ÷ક્ષેત્રફળ=પહોળાઇ; પહોળાઇ=ક્ષેત્રફળ÷લંબાઇ

(૪) ચાર ભીતનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત ૨ ઉંચાઇ (લબાઇ+પોહોળાઇ).

(૫) મેડે છત જડવી હોય અને ભોંય તળીએ સા- દડી જડવી હોય તો તેની રીત ૨×લંબાઈ×પોહોળાઈ



:-વીષમ ચતુરસ્ત કે સમ બાજુ ચોખુણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રી- તી જો તેનો પાયો અને ઉંચાઇ આ- પ્યો હોયતો તે એનો ગુણાકાર કરવો. જવાબ ક્ષેત્રફળ આવશે.

પાયો×ઉચાઇ=ક્ષેત્રફળ

∴ ઉંચાઇ=ક્ષેત્રફળ÷પાયો અને પાયા=ક્ષેત્રફળ÷ ઉંચાઇ

(૭) ત્રિકોણનો પાયો અને ઉંચાઇ આપી હોય ત્યા- રે તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતઃ-પાયો અને ઉંચાઇનો ગુ- ણાકાર કરી બેએ ભાગવા જે આવે તે ક્ષેત્રફળ ઉંચાઇ ×પાયો÷૨=ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ.

$$\therefore \frac{\text{૨×ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{પાયો}} = \text{ઉંચાઇ}$$

$$\therefore \frac{\text{૨×ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{ઉંચાઇ}} = \text{પાયો}$$

(૮) જો ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ આપી હોયતો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતી:—ત્રણ બાજુના સરવાળાનાં અર્ધમાંથી દરેક બાજુ એક એક વખત બાદ કરો જે; વધે તે સર્વેનો અને સરવાળાના અર્ધનો ગુણાકાર કરી જે આવે તેનુ વર્ગમુળ કાઢવું જે જવાબ તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ થશે.

દા. ત્રિકોણની બાજુઓ ૩, ૪, ૫અનુક્રમે છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શું.૩+૪+૫=૧૨ જેનું અર્ધ કર્યું તો ૬ જેમાંથી ત્રણે બાજુ એક એક વખત બાદ કરો. ૬−૩=૩. ૬−૪=૨ ૬×૩×૨×૧=૩૬ વર્ગ મૂળ ૬માટે ૬−૫=૧

આગળ કહેવામાં આવ્યું છે કે ત્રણે બાજુના સરવાળાના અર્ધનું નામ स રાખ્યું છે અને ત્રણ બાજુનાં નામ अ,ब,क હોયતો $\sqrt{\text{स(स−अ) (स−ब) (स−क)}}$=ત્રિકોણનું ક્ષે.જ.

(૯) વીષમ ચતુરસની ચાર બાજુઓ આપી હોય અને તેના કકડા કરતી કોઇ કર્ણ રેખા આપી હોય તો તેના જુદા જુદા ત્રિકોણ પ્રમાણે ક્ષેત્રફળ કાઢી સરવાળો કરવો. જે કુલ થાય તે તેનું ક્ષેત્રફળ સમજવું.

(૧૦) ટ્રેપીઝૉઇડની (સમાન્તર બાજુ ચોખુણ) આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ શોધી કાઢવાની રીત—સામ સામેની બાજુનો સરવાળો કરી તેનું અડધ કરવું અને અડધને તેમના અંતરે એટલે ઉંચાઇએ ગુણવા જે આવે તે જવાબ.

(૧૧) અનીયમીત બહુ સીધી લીટીઓથી બનેલી આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ શોધી કાઢવાની રીત—આવા ક્ષેત્રને કાટખુણ ત્રિકોણમાં વાસમાન્તરબાજુ ચોખુણ વા લંબચોરસ વગેરે

આકૃતીઓમાં તેના કકડા કરી તેનું દરેકનું ક્ષેત્રફળ કાઢી તે જોડી દેવું જે કુલથાય તે તેનું ક્ષેત્રફળ આવ્યું તેમ જાણવું

વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત.

વર્તુળનીત્રીજ્યાનાવર્ગને $\frac{૨૨}{૭}$ વા ૩.૧૪૧૫૯ એ ગુણવા જે આવે તે જવાબ; ત્રિજ્યાનો વર્ગ $\times\frac{૨૨}{૭}$=ક્ષેત્રફળ.

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $\div\frac{૨૨}{૭}$=ત્રિજ્યાનો વર્ગ જેનું વર્ગ મુળ કાઢવાથી ત્રિજ્યા નીકળે અને ત્રિજ્યા નીકળ્યા પછી તેને બમણા કર્યાથી બ્યાસ થાય.

(૧૩) ટ્રેપીઝીયમનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા વાસ્તે તેના કરેલા બે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢી તેનો સરવાળો કરવો.

(૧૪) ગોળાની ઉપલી સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાને સારૂ તે ગોળાના વ્યાસનો અને પરીઘનો ગુણાકાર કરવો

દા. એક ગોળાનો બ્યાસ ૪ ઇચ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલું? $૪\times\frac{૨૨}{૭}=\frac{૮૮}{૭}$ પરીઘ

પરીઘ$\times$બ્યાસ$=\frac{૮૮}{૭}\times૪=\frac{૩૫૨}{૭}=૫૦\frac{૨}{૭}$ ઇંચ જવાબ

(૧૫) નળાકારની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાને નળાકારના પાયાના પરીઘનો અને ઉચાઇનો ગુણાકાર કરવો.

દા. એક નળાની ત્રીજ્યા ૪ ઇંચ છે ને ઉંચાઈ ૩૫ છે તો તેના બંને છેડા સુદ્ધાં તેનું આખું ક્ષેત્રફળ કેટલું થશે.

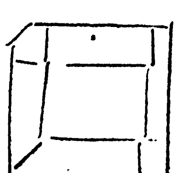
$$૪\times૨\times\frac{૨૨}{૭}=\frac{૧૭૬}{૭}\times\frac{૩૫}{૧}=૮૮૦ \text{ જ.}$$

$$(૪)૨\times\frac{૨૨}{૭}=\frac{૩૫૨}{૭}\times\frac{૨}{૧}=\frac{૭૦૪}{૭}=૧૦૦\frac{૪}{૭}+૮૮૦=૯૮૦\frac{૪}{૭} \text{ જ}$$

પ્રકરણ ૩ જું.

ઘનમાપ કરણ—

૧) કાટખુણ સમખાતનું ક્ષેત્રફળ કે ઘનફળ કાઢવાની રીત. ઘનફળકાઢવા સારૂ લબાઇ પહેળાઇ અને ઉચાઇનો ગુણાકાર કરવો.



પૃષ્ઠફળ કાઢવા વાસ્તે ૨×(લંબાઈ×પોહોળાઇ+લંબાઇ ×ઉંડાઇ અથવા ઉંચાઇ+ઉંચાઇ×પોહોળાઇ) જે આવે તે ક્ષેત્રફળ જવાબ.

દા. એક પેટીની લંબાઇ ૧૦ ફુટ છે પોહોળાઇ ૮ ફુટ છે અને ઉંચાઇ ૬ ફુટ છે તો તેની બાહારનું રંગવાનું ખર્ચ જો ચો. ફુ. એક આનો બેસે તો શું થશે.

૨×(૧૦×૮+૧૦×૬+૬×૮)=૩૭૬ ચો. ફુ. ક્ષેત્રફળ

ચો. ફુ. ચો. ફુ.   રૂ. આ પા.

૧ : ૩૭૬ :: ૧/૧૬ = ૧/૧૬×૩૭૬ = ૪૭/૨ = ૨૩—૮—૦ જ.

દા. એક સમખાત લાકડાનો કકડો ૫ ફુટ લાંબો ૩ ફુટ પોહોળો ૪ ફુટ ઉંચો છે તો તેનું ઘનફળ કેટલું થશે?

૫×૩×૪=૬૦ ઘ. ફુ. ઘનફળ જવાબ.

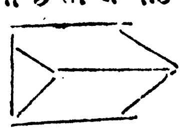
(૨) જે સમખાતની લંબાઇ, પોહોળાઇ અને જાડાઇ સરખી હોય છે તેને પણ ઘન કહેવામાં આવે છે.

આવા ઘનનું ઘનફળ કાઢવું હોય તો એક બાજુનો ઘન કરવો જે આવે તે જવાબ અને એવાનું ઘનફળ આપ્યું હોય તો તેનું ઘનમુળ કાઢવાથી એક બાજુ આવે છે

દા. ૧ એક સરખાતની લંબાઇ, પોહોળાઇ અને જાડાઇ દરેક ૪ આંગળ છે તો તેનું ઘનફળ કેટલું? આંગળ ઘનફળ (૪)³=૪×૪×૪=૬૪ આંગળ જવાબ.

દા. ૨ એક પથરના કકડાનું ઘનફળ ૬૪ છે અને લંબાઇ પહોળાઇ અને ઉંચાઇ સરખાં છે તો લંબાઇ કેટલી?

∛૬૪=૪ આંગળ જવાબ.



(૩) ઝમરૂખની નીચે લટકતા હીરાના જેવી આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ કાઢવાની રીત—

જે હીરાના છેડા સરખા હોય છે અને જેની બાજુઓ સમબાજુ ચોખુણુ આકૃતીઓ હોય છે.

દા. આવા એક હીરાની લંબાઇ ૪ ઇંચ છે અને તેના છેડાના ત્રિકોણુની બાજુઓ ૩, ૪, ૫ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ કેટલું ?

૩×૪÷૨ કારણકે આ છેડા કાટખુણુ ત્રીકોણ હોય તેમ માલુમ પડે છે. ૩×૪÷૨=૬×૨=૧૨ઇંચ જવાબ.

અને તેની બાજુનુ ક્ષેત્રફળ=(૩ બાજુનો સરવાળો× લંબાઇ)=(૩+૪+૫)×૪=૪૮+૧૨=૬૦એ આકૃતીનું ક્ષેત્રફળ. અને તેનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—છેડાનું ક્ષેત્રફળ કાઢી લંબાઇએ ગુણવા. છેડાના ક્ષેત્રફળ=૩×૪÷૨=૬×૪=૨૪ ઇં.

(૪) નળાનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—કોઇપણ નળાકારના પાયાના ક્ષેત્રફળને તેની ઉંચા એ ગુણવા અને પાયાનુ ક્ષેત્રફળ કાઢવાને વાસ્તે આગળ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત કહી તે પ્રમાણે કરવું.

દા. જો નળાકાર પાયાનો વ્યાસ ૬ ઇંચ અને ઉંચાઇ ૩૫ ઇંચ હોયતો તેનું ઘનફળ કેટલું? ૬÷૨=૩ત્રીજ્યા. ત્રીજ્યાનોવર્ગ=$(૩)^{૨}\times\frac{૨૨}{૭}$=પાયાનું ક્ષે. ૩×૩×$\frac{૨૨}{૭}$×૩૫=૯૯૦.

(૫) કડુ અથવા વીંટીનું ઘનફળ તથા ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત—કડાના વ્યાસનો પરીઘ કાઢવો ને પરીઘને ઉંચાઇ વા લંબાઇ તરીકે ગણીને જાડાઇના વ્યાસથી પરીઘ કાઢીને તેને ગુણવા જે આવે તે ઘનફળ.

દા. પાટડાએ ચોડવાનાં બે કડાં જે ૭ આંગળ પોહોળાં છે અને જેની જાડાઇની આરપાર કાણું પાડતાં ૧ આંગળ થાય છે તો તેનું ઘનફળ કેટલું થશે ? ૧×$\frac{૨૨}{૭}$ =$\frac{૨૨}{૭}$જે જાડાઇ આવી જેને ૭×$\frac{૨૨}{૭}$=૨૨ જે કડાંની લંબાઇ આવી એ બેનો ગુણાકાર તે કડાંનું ઘનફળ આવ્યું બે કડાંનું કહ્યુંછે માટે બેએ ગુણવા. $\frac{૨૨}{૭}\times\frac{૨૨}{૧}\times\frac{૨}{૧}$=૧૩૮$\frac{૨}{૭}$જ.

(૬) હરકોઇ ગોળાનું ઘનફળ કાઢવાને તેના વ્યાસના

ઘનને $\frac{૧}{૬}$ કરવા ૩·૧૪૧૫૯એ ગુણી ૬એ ભાગવા.

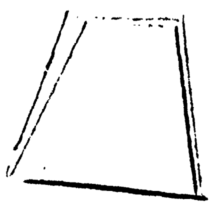
દા. એક ગોળાનો વ્યાસ ૭ઇંચ છે તો તેનું ઘનફળ કેટલું. $(૭)^{૩}=૭\times૭\times૭\times\frac{૨૨}{૭}\times\frac{૧}{૬}=\frac{૫૩૯}{૩}=\frac{૫૩૯}{૩}=૧૭૯\frac{૨}{૩}$ ઘનફળ ઈં. (૮) શંકુનું ઘનફળ કાઢવાની **રીતી**–શંકુના પાયાના ક્ષેત્રફળને લંબ ઉંચાઈનો ગુણાકાર કરવો અને ૩ ભાગવા. દા. એક શંકુ ૩૫ ઇંચ ઉંચોછે અને તેના પાયાની ત્રિજ્યા ૨૧ ઇંચ છે તો ઘનફળ કેટલું થશે.

$$(૨૧)^{૨}\times\frac{૨૨}{૭}\times\frac{૩૫}{૩}\times૨૧\times\frac{૨૨}{૭}\times૩૫\div૩=૧૬૧૭૦$$

ઘનફળ ઇંચ જવાબ.

(૮) લાકડાંના ગોળનુ ઘનફળ કાઢવાની રીત. લાકડાના ગોળવાના પરીઘના ચોથા ભાગનો વર્ગ કરવો ને જે આવે તેને લંબાઇએ ગુણવા જે આવે તે ઘનફળ. (દા.) એક લાકડાનો ઘેરાવો ૧૬ ફૂટ છે અને લંબાઇ ૮ ફૂટ છે તો ઘનફળ કેટલું ? $(\frac{૧૬}{૪})^{૨}=૧૬\times૮=૧૨૮$ જવાબ.

(૯) ફાચરનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—ફાચરની આકૃતી



અ અને ब તે જાડા છેડાની લંબાઇ પોહોળાઇ છે એમ ધારવું અને क એ પાતળા છેડાની લંબાઈ ધારો અને उ ને ફાચરની ઉંચાઇ ધારો તો $\frac{૧}{૬}$ ઘન પોહોળાઇ×उ×(૨अ+क)એ ફાચરનું ક્ષેત્રફળ થશે. દા. ૧) જાડા છેડાતરફની લંબાઈ ૫ અને પહોળાઇ ૨ ઇંચ છે ને પાતળા તરફની લંબાઇ ૩ ઇંચ છે ને ઉંચાઇ ૪ ઇંચ છે તો તેનું ઘનફળ શું?

$\frac{૧}{૬}\times૪\times૨\ (૨\times૫+૩)=\frac{૧}{૬}\times૪\times૨\ (૧૩)==૧૭\frac{૧}{૩}$ ઇંચ ઘનફળ.

માપ કરણની પરચુરણ રીતીઓ.

(૧) અર્ધ જ્યાનો વર્ગ કરી ઉંચાઇએ ભાગી

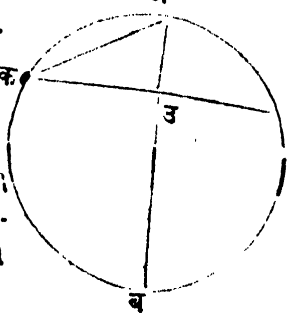
તેમાં ઉંચાઇ મેળવવી તેથી વ્યાસ આવે.

(૨) વ્યાસમાંથી ઉંચાઈ બાદ કરી ઉંચાઇએ ગુણી વર્ગ મુળ કાઢવું. ને જે આવે તેનું બમણું કરવાથી જ્યા આવે.

(૩) ત્રિજ્યાના વર્ગમાંથી અર્ધ જ્યાનો વર્ગ બાદ કરી વર્ગ મુળ કાઢવું. તે વર્ગ મુળ ત્રિજ્યામાંથી બાદ કરવાથી ઉંચાઇ આવશે.

(૪) ઉચાઇના વર્ગને ૪ ગુણી તેમાં જ્યાનો વર્ગ ઉમેરવો. પછી (ઉંચાઇ×૮) ભાગવાથી જ્યા આવશે.

(૫) अब×अडनो ગુણાકાર તે अकના વર્ગની બરોબર છે. એટલે અર્ધ ધનુષની જ્યાનો વર્ગ તે વ્યાસ×ઉચાઇના ગુણાકારની બરોબર છે.



(૬) લંબ ગોળનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાને તેના બંને વ્યાસનો સરવાળો કરી અર્ધ કરી. ક્ષેત્રફળ .૭૮૫૪ ગુણવા

કાટખુણુ ત્રિકોણુ તેમજ સર્વ પ્રકારના ત્રિકોણુ માટે.

(૧) કર્ણને એક બાજુનો સરવાળો બાદબાકીતથા એક બાજુ આપી હોયતો કર્ણ તથા બીજી બાજુ કાઢવાનો નિયમ— બાજુના વર્ગને સરવાળા અગર બાદબાકીએ ભાગવા જે ભાગાકાર આવે તે બાદબાકી અગર સરવાળો આવશે. તેપરથી કર્ણ તથા બાજુ કાઢવી.

સમબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુના વર્ગને $\frac{3}{4}$ ગુણવાથી લંબનો વર્ગ આવે (૪) લંબના વર્ગને $\frac{3}{4}$ ભાગવાથી બાજુનો વર્ગ સમબાજુ ત્રિકોણમાં આવે.

(૫) કાટખુણુ ત્રિકોણના કાટખુણામાંથી કર્ણ ઉપર

લંબ દોર્યાં હોય તેની લંબાઈ કાઢવાની રીતી.—(કાટખુણો કરનારી બે બાજુઓ આપી હોય તેપરથી) કર્ણ કાઢવો. પછી બે બાજુના ગુણાકારને કર્ણે ભાગવાથી જવાબ આવશે.

(૬) કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાથી કર્ણ ઉપર દોરેલા લંબથી કર્ણના બે કકડા થાય છે તે આપ્યા હોય તો તે પરથી લંબ શો.?

(૭) કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦ના ખુણા સામેની બાજુ $\frac{કર્ણ}{૨}$ આવે.

(૮) કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૬૦ના ખુણા સામેની બાજુ $\frac{કર્ણ\sqrt{૩}}{૨}$ આવે.

દા. ૯) કર્ણ અને કાટખુણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ આપ્યું હોય તો બાકીની બે બાજુઓ શોધી કાઢવાની રીત—

સુચના ધારો કે क=કર્ણ અને $अ^२$=ક્ષેત્રફળ છે તો

$\frac{१}{२}\{\sqrt{क+४^२अ^२}+\sqrt{क^२+४अ^२}\}$ અને

$\frac{१}{२}\{\sqrt{क^२+४अ^२}-\sqrt{क^२+४अ^२}\}$

(૯) કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૪૫ના ખુણા સામેની બાજુ $\frac{કર્ણ\sqrt{૨}}{૨}$ આવે.

૧૦) કાટખુણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ને કર્ણ આપ્યો હોયતો તે ઉપરથી બાજુઓ કાઢવા વિશે નિયમ—કર્ણના વર્ગને ૨ ગુણી તેમાં બંને બાજુના સરવાળા અથવા બાદબાકીનો વર્ગ બાદ કરવો ને વર્ગ મુળ કાઢવું તેથી તે બે બાજુઓની બાદબાકી અથવા સરવાળો આવશે તે પરથી બાજુ કાઢવી.

(૧૧) કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને કર્ણની બાજુનો સરવાળો અને બાદબાકી આપી હોયતો કર્ણને આપેલી બા-

જુના સરવાળાને કર્ણને આપેલી બાજુની બાદબાકીએ ગુણવા. પછી તેનું વર્ગ મુળ કાઢવું તે બાકીની બાજુ છે.

ક્ષેત્રફળ વિશે નિયમો.

(૧) કોઇ કાટખુણ ચોખુણમાં કાટખુણો કરનાર બાજુઓનો સરવાળો ને ક્ષેત્રફળ આપ્યું હોયતો સરવાળાના વર્ગમાંથી ક્ષેત્રફળની ચોગણાઇ બાદ કરી વર્ગમુળ કાઢવું તેથી બાદબાકી આવશે.

(૨) કોઇ કાટખુણ ચોખુણમાં કાટખુણો કરનાર બાજુઓની બાદબાકી ને ક્ષેત્રફળ આપ્યું હોયતો ક્ષેત્રફળની ચોગણાઇમાં બાદબાકીનો વર્ગ ઉમેરવો નેવર્ગમુળ કાઢવું તેથી સરવાળો આવશે.

(૩) કોઇ કાટખુણ ચોખુણમાં ક્ષેત્રફળને કર્ણ આપ્યો હોય તે ઉપરથી બાજુઓ કાઢવા માટે—

$\sqrt{(\text{કર્ણ}^2 - \text{ક્ષે} \times ૪)}$=બાજુઓની બાદબાકી.

$\sqrt{(\text{કર્ણ}^2 + \text{ક્ષે} \times ૪)}$=બાજુઓનો સરવાળો.

(૪) વર્તુળની અંદર કહાડેલા ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાનો નિયમ—આપેલી બાજુઓના સરવાળાનું અર્ધ કરી તે દરેક બાજુના અર્ધમાંથી બાદ કરીને બાદબાકીના ગુણાકારનું વર્ગમુળ.

(૫) ચોરસનો કર્ણ એક બાજુ$\times\sqrt{૨}$ બરોબર છે.

(૬) સમકોણ આકૃતિઓનું ક્ષેત્રફળ વર્ગના પ્રમાણમાં એટલે એકનું ક્ષેત્રફળ =બીજાનું ક્ષેત્રફળ :: એક બાજુ^{2}: બીજી બાજુ^{2}

(૭) હરકોઇ ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ આ-
પરથી દોરેલો લંબ કયાં પડશે!

નિયમ—કહેલી બાજુ સીવાય બાકી
ના વર્ગની બાદબાકીને બાજુએ ભાગ

ઉમેરવી ને ૨ એ ભાગવા તેથી નાનો ભાગ આવશે.

(૮) કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓના વર્ગની બાદબાકી તેના શીરો બીંદુમાંથી પડતા લંબવડે જે બાજુઓનો ખંડ થાય તે ખંડોના વર્ગના બાદબાકી બરોબર છે.

(૯) સીમસત સાહેબનો નીયમ--(પહેલો લંબ+છેલ્લો લંબ+એકી લંબ×૨+એકી લંબોની ચોગણાઇ×સરાસરી લંબે ગુણી ત્રણવડે ભાગવા.

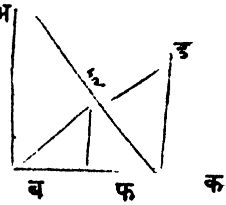
(૧૦) હામ્બસની કર્ણરેખા પરથી તેનું ક્ષેત્રફળ=બે કર્ણરેખાઓના ગુણાકારને ૨એ ભાગવા.

(૧૧) સેકારનું ક્ષેત્રફળ શંકુની રીતે.

અજાણીઆનું.

इ બીંદુથી फ સુધીના ઉંચાઇ શી?

$$\frac{अब \times कड}{अब + कड} = इफ$$



ગોળવાશે.

(૧) પરીઘના વર્ગને ·૦૦૭૯૫૮ ગુણવાથી ક્ષેત્રફળ નીકળે. વ્યાસ અને પરીઘના ગુણાકારને ૪ ભાગવાથી ક્ષેત્રફળ નીકળે.

(૨) ત્રિજ્યાને અર્ધા પરિઘે ગુણવાથી ગોળનું ક્ષેત્રફળ નીકળે.

(૩) વ્યાસના વર્ગને ·૭૮૫૪ ગુણવાથી ક્ષેત્રફળ નીકળે (પાયએ). પાય=૩·૧૪૧૬.

વ્યાસના વર્ગને ૩·૧૪૧૬ ગુણવાથી પણ સપા- ક્ષેત્રફળ નીકળશે.

ઘનસંબંધી.

રેખા=એક બાજુ ×√૩

(૨) કાટખુણ સમખાતમાં ત્રણે માપનો સરવાળો ને કર્ણ આપ્યો હોય તો તેપરથી પૃષ્ઠફળ કાઢવાનો નિયમ.

ત્રણ માપના સરવાળાના વર્ગમાંથી કર્ણનો વર્ગ બાદ કરવો તેથી જે આવે તે જવાબ.

(૩) સ. પ્રમાણુક ઘનોમાં

એક ઘનફળ=બીજાના ઘનફળ : : એક બાજુ^{3}=બીજી બાજુ^{3}

(૪) વીંટીનું ઘનફળ કાઢવા માટે=વીંટીના વાઢના ક્ષેત્રફળને વીંટીની લંબાઇ (અંદરને બહારના પરીઘની સરાસરી) એ ગુણવા.

(૫) પિરામીડનું ઘનફળ કાઢવા માટે પાયના ક્ષેત્રફળને લંબોચાઇએ ગુણી ત્રણે ભાગવા.

શંકુ.

(૧) શંકુના દક્ષિણખંડનું ઘનફળ=બંને પાયાના ક્ષેત્રફળોના સરવાળામાં બંને ક્ષેત્રફળોના ગુણાકારનું વર્ગમુળ ઉમેરવું. ને જે સરવાળો આવે તેને ખંડની ઉચાઇએ ગુણી ત્રણે ભાગવા.

(૨) બંને પાયાની પરિમીતિ ને તીર્કસ ઉચાઇપરથી પિરામીડના દક્ષિણ ખંડનું ક્ષેત્રફળ=બંને પાયાની પરિમીતિની સરાસરીને તીર્કસ ઉંચાઇએ ગુણી બેએ ભાગવા. જે સપાટીનું ક્ષેત્રફળ આવશે. તેમાં ઉપલીને નીચલી સપાટીનું ક્ષેત્રફળ ઉમેરવું.

(૩) ત્રિકોણાકાર પાયાવાળો મિનારો હોય તેનું ળ કાઢવું હોય તો પાયાના ક્ષેત્રફળને ઉચાઇ એ ત્રિકોણાકાર પાયાથી તે ટોચ સુધી સરખો હોય

(૪) ત્રિકોણાકાર, ચતુષ્કોણ અને પાયાવાળા પિરામીડ તળીએથી ટોચ સ

ઘનફળ કાઢવાની રીત.—પાયાના ક્ષેત્રફળને ઉંચાઇએ ગુણવા.

(૫) ત્રિકોણાકાર, ચતુષ્કોણાકાર અથવા બહુકોણાકાર શંકુ હોય તેનુ ઘનફળ કાઢવાની રીત.—

પાયાના ક્ષેત્રફળને ⅓ ઉંચાઇએ ગુણવા.—

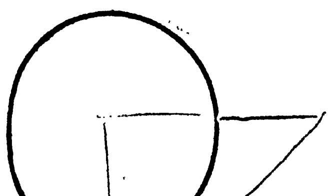
(૬) પીપનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—

બે મોંઢાના મધ્ય બીંદુ આગળના પાયાનો સરવાળો કરી ત્રણે ભાગવા પછી ઉંચાઇએ ગુણવા.

(૧) વર્તુળની બહાર કોઇ બીંદુ લેઇ તે બીંદુમાંથી વર્તુળની તરફ જેટલી લીટીઓ દોરીએ તે ત્રણ પ્રકારની છે— (૧) જે લીટી વર્તુળને અડેજ નહીં. (૨) લીટીઓ માત્ર એકજ બીંદુમાં સ્પર્શ કરે; (૩) જે લીટીઓ વર્તુળને છેદેછે. !

(૨) વર્તુળની બહાર આપેલા બીંદુથી દોરેલી લીટી વર્તુળને મળે પણ લંબાવતાં વર્તુળને છેદે નહીં તે લીટીને સ્પર્શ લીટી કહેછે તે વર્તુળને માત્ર એક બીંદુમાં સ્પર્શ કરેછે.

(દા.૧) ૫ ફુટની ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના બહાર આપેલા બીંદુથી તેજ વર્તુળને દોરેલી સ્પર્શ લીટી ૧૩ ફુટ લાંબી છે તો બહાર આપેલા બીંદુથી વર્તુળના મધ્ય બીંદુ સુધીનું કેટલું ? જ. ૧૩



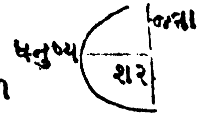
સુચના.—

દાખલા સારૂં આગળ આપેલી કાટખુણું ત્રીકોણની

સરોવરમાં કમળની ટોચ પાણીની સપાટી
થી ૬ પછી પવન આવવાથી એક તરફ
ગઇ તો પાણીની ઉંડાઇ ? જવાબ.છા.
પા બે આપ્યાં હોયતો ખુંનુબ્યનું ક્ષે-

ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતી.

$$\frac{\left(\frac{\text{શર}+\text{જ્યા}}{\text{૨}}\times(\text{શર})^{\text{૨}}\right)\times\text{૧૦}}{\text{૯}}=\text{ક્ષેત્રફળ}$$



(૨) શર જ્યા અને ધનુષ આપ્યાં હોયતો ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતી.

$$\frac{\left[\left\{\left(\frac{\text{ધનુષ્ય}+\text{જ્યા}}{\text{૨}}-\text{૨}\right)\times\left(\frac{\text{ધનુષ્ય}+\text{જ્યા}}{\text{૨}}+\text{૨}\right)\right\}\times(\text{શર})\right]\times\text{૨}}{\text{૩}}$$

ક્ષેત્રફળ જવાબ.

પરચુરણ દાખલા.

૧) આપેલા અ વ્યાસ ઉપરના અર્ધગોલ માંહેલા ચોરસની બાજુઓ કાઢો. ($\frac{\text{૧}}{\text{૨}}$અ$\sqrt{\text{૫}}$) જ.

૨) એક કાટખુણુ ત્રીકોણનો કર્ણ ૧૩છે ને રહેલી બે બાજુની બાદબાકી ૭ તો એ બાજુની લબાઈ કેટલી જ. ૫.૧૨

૩) અ વ્યાસના ગોળાની માહેના અને બહારના સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુઓ કાઢો. જ $\frac{\text{૧}}{\text{૨}}$અ$\sqrt{\text{૩}}$;અ$\sqrt{\text{૩}}$

૪) એક સમચોરસની પાસેની ધારોની બે બાજુઓ (અને બ) છે ને એક કર્ણ લીટીની લંબાઇ ક તો છે બીજી કર્ણ લીટી કેટલી હશે? $\sqrt{\text{૨અ}^{\text{૨}}+\text{૨બ}^{\text{૨}}-\text{ક}^{\text{૨}}}$

૫) એક ત્રિકોણની લંબાઇ ૩૦૦ છે બે બાજુઓનો સરવાળો ૧૧૫૦ છે ને પાયાના ખંડોની બાદ ૪૯૫ છે તો પાયો ને બે બાજુઓ શોધી કાઢો. ૩૭૫, ૭૮૦) જ.

૬) એક સીધી લીટી ત્રિકોણના ત્રણ સેથી તેઓની સામેની બાજુઓના અ ત્રણ લીટીઓની લંબાઈ અનુક્રમે ૧૮ પરથી ત્રણ બાજુઓ શોધી કાઢો ૨

૭) એક સીધી લીટી ત્રિકોણનો પાયો ૫૦ ક્ષેત્રફળ ૭૯૬ ને બાજુઓની બાદબાકી ૧૦ છે તો તેની બાજુઓને લંબાઈ તથા ઉંચાઇ કાઢો. ૩૬, ૪૬ ને ૩૩·૨૬૧

૮) એક સીધી લીટી ત્રિકોણનો પાયો (૧૯૯) છે. અને ઉપરના ખુણાને સરખા બે બાગ કરતી લીટી (૬૬) ને તેના બહારના ગોળનો વ્યાસ ૨૦૦ છે તો બાકી રહેલી બે બાજુઓ શોધી કહાડો. ૮૧·૩૬૫૦૭૯; ૧૫૭·૪૩૮૬૫જ.

૯) એક ત્રિકોણની લંબોચાઇ ૨૪ છે જે લીટી પાયાને દુભાગે છે તે માથાના ખુણા સુધી (૪૦) ને જેટલી માથાના ખુણાને દુભાગે છે તે પાયા સુધી ૨૫ છે તો તેની ત્રણ બાજુઓ શોધી કાઢો. પાયો $\frac{૨૫}{૩}૦\sqrt{૭}$

૧૦) એક ગોળમાં બે જ્યાઓ કાટખુણુ કરીને અરસપરસ છેદે છે ને તેઓની લંબાઈ (अ અને ब) છે ને તેઓના છેદન બીંદુ પાસેથી ગોળના મધ્ય સુધીનું અંતર क છે તો ગોળનો વ્યાસ શો થશે.? $\sqrt{(अ^२+ब^२)+२क^२}$

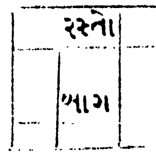
૧૧) अबक એવા ત્રણ થાંબલા છે તેઓમાં अથી ब સુધી ૩૦ ફીટ बથી क સુધી ૨૫ છે ને कથી अ સુધી ૨૦ અંતર છે. તો હવે ચોથો થાંભલો એમની વચ્ચે એવી રીતે રોપો કે ત્રણેથી સરખે અંતરે રહે જ. ૧૫·૧૧૮૫૫૬

૧૨) अबक એક સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ૧૦૦ નો बक પાયો અર્ધ ગોળ વ્યાસ ઉપર છે ને તેનો નો ખુણો તે અર્ધ ગોળના પરીઘના મધ્ય ઉપર ગોળનો વ્યાસ શો. જ. $૨૦\sqrt{૩}$

સીધી લીટી ત્રિકોણનો પાયો (૨अ છે) નો સરવાળો પાયાના ઘનની બમણાઇની ઓની જુદી જુદી લંબાઇ કાઢો.

અ(૨+$\frac{૧}{૩}\sqrt{૬}$) ને અ (૨—$\frac{૧}{૩}\sqrt{૬}$)

૧૪) એક ચોરસ બાગની આસપાસ ૪ ફૂટ પહોળો રસ્તો બાંધવાનો છે હવે જો એ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ ૨૨૪ થાપતો એ ઓરડીની લંબાઇ પહોળાઈ કેટલી ?



૨૨૪ ક્ષેત્રફળમાંથી ચાર ખુણાના ચાર ચોરસ કકડા કે જે ચાર ફૂટ લાંબાને તેટલાજ પહોળા છે તેમનું ક્ષેત્રફળ બાદ કરવુ ૪×૪=૧૬×૪=૬૪·૨૨૪ −૬૪=૧૬૦ હવે બાકીના ચાર મોટા કકડા રહ્યા ને એક કકડાનું ક્ષેત્રફળ $\frac{૧૬૦}{૪}$=૪૦ થયું. હવે દરેક કકડાની લંબાઇ જાણતા નથી પણ પહોળાઇ જાણીએ છીએ જે ૪) છે ને ક્ષેત્રફળ ૪૦ છે તો $\frac{૪૦}{૪}$=૧૦ ફીટ પહોળાઇ.

૧૫) એક સ્લેટ ચોરસ છે ને તેની આસપાસનાં પાટીયાં ૨ આંગળ પહોળાં છે ને તેમનું ક્ષેત્રફળ ૧૧૨ આંગળ છે તો સ્લેટની પહોળાઇ કેટલી હશે ?

૧૬) એક ચોરસ જાજમના પછવાડે ૩ આંગળની ફરતી ઝુલ મુકવાની છે હવે ઝુલનું ક્ષેત્રફળ ૧૫૬ આંગળ થાય છે તો તે જાજમ કેટલી પહોળી હશે.

સમાપ્ત